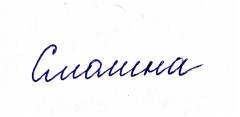


На правах рукописи



СМОЛИНА Екатерина Олеговна

**СТРУКТУРА И ДИНАМИКА ЛОКАЛИЗОВАННЫХ СОСТОЯНИЙ
В ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ
ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ФОТОННЫХ РЕШЕТКАХ**

1.3.4 – радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород — 2025

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном научном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук» (ИПФ РАН, г. Нижний Новгород).

Научный руководитель: **Смирнова Дарья Александровна**,
кандидат физико-математических наук,
ИПФ РАН.

Официальные оппоненты: **Тимофеев Иван Владимирович**,
доктор физико-математических наук,
Институт физики им. Л.В. Киренского ФИЦ
КНЦ СО РАН (г. Красноярск);

Гелаш Андрей Александрович,
кандидат физико-математических наук,
Сколковский институт науки и технологий
(г. Москва).

Ведущая организация: Общество с ограниченной ответственностью
«Международный центр квантовой оптики
и квантовых технологий» (Российский
квантовый центр, г. Москва).

Защита состоится 15.12.2025 г. в 15-00 часов на заседании диссертационного совета 24.1.238.01 в ИПФ РАН (603950, г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте ИПФ РАН: ipfran.ru.

Автореферат разослан 5.11.2025 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физ.-мат. наук



Э. Б. Абубакиров

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Фотоника играет ключевую роль в развитии современных технологий, обеспечивая функционирование высокоскоростных систем оптической связи, методов медицинской диагностики, оптических сенсоров, а также систем искусственного интеллекта и ряда других приложений. Интерес к данному разделу физики обусловлен тем, что, в отличие от традиционных электронных систем, фотонные устройства характеризуются высокой пропускной способностью, низким уровнем энергетических потерь и устойчивостью к помехам [1].

В связи с прикладным потенциалом фотоники возникает ряд актуальных задач, связанных с управлением свойствами электромагнитных волн в фотонных физических системах; в частности, локализацией света. Кроме того, известно, что рассеяние света на неоднородностях в традиционных фотонных устройствах может привести к потере данных. Перспективные решения, позволяющие подавить этот эффект, связаны с применением концепции топологии [2].

Высокая актуальность проблематики обуславливает большое количество научных разработок, что отражено в растущем количестве публикаций и недавних обзорах [3, 4]. Однако многие работы основаны лишь на результатах, полученных в рамках численного моделирования конкретных систем, что ограничивает понимание физических закономерностей изучаемых явлений. Кроме того, крайне мало исследований, где для анализа больших массивов данных (как полученных при численном моделировании фотонных систем, так и экспериментальных результатов) применяются методы машинного обучения. Настоящее диссертационное исследование направлено на развитие этих отдельных направлений в области топологической фотоники, остающихся недостаточно изученными.

Отдельно отметим, что помимо практических приложений, субволновые топологические фотонные структуры интересны также с точки зрения фундаментальной науки, так как они представляют собой уникальную платформу для изучения взаимодействия света с веществом, неэрмитовых и нелинейных эффектов [5].

Целью диссертационного исследования являлась разработка теоретического аппарата для описания топологических фотонных систем, включающего аналитический анализ с использованием эффективных нелинейных дираковских моделей, численное моделирование и применение методов машинного обучения; а также изучение явлений, имеющих место в топологических фотонных системах, с применением разработанного аппарата. Рассмотрены

топологические структуры различной конфигурации и функциональности, созданные на основе массивов волноводов и резонансных метаповерхностей, содержащих также включения из двумерных материалов.

Для достижения поставленной цели решались следующие **задачи**:

1. Построение эффективных моделей, описывающих топологические решётки, как на основании метода сильной связи, так и в рамках континуального подхода с применением уравнений Дирака.

2. Развитие асимптотических методов для анализа динамики краевых импульсов, распространяющихся вдоль доменных стенок.

3. Аналитическое и численное исследование нелинейных эффектов (модуляционная неустойчивость объёмных и краевых волн, градиентная катастрофа краевых импульсов) в топологических фотонных решётках различной геометрии.

4. Изучение полей связанных состояний топологических дефектов в наноструктурированных метаповерхностях.

5. Разработка нейросети для определения топологического инварианта фотонной системы.

6. Разработка метода вывода приближённых эволюционных уравнений для огибающих краевых импульсов с использованием данных, полученных в рамках полномасштабной модели.

Научная новизна диссертационной работы определяется разработкой разностороннего теоретического подхода к изучению локализованных состояний в топологических фотонных платформах и полученными оригинальными результатами.

Выявлен ряд ранее не описанных свойств, присущих динамике краевых импульсов, каналируемых топологическими доменными стенками, среди которых зависимость групповой скорости волн от интенсивности поля в нелинейном режиме. Это позволяет описать укрупнение профиля краевого импульса по мере распространения, а также устойчивость краевых волн по отношению к длинноволновым возмущениям. Разработан оригинальный алгоритм вывода уравнения распространения краевого импульса вдоль топологической доменной стенки, основанный на методе разреженной регрессии. Данный подход позволяет автоматически восстанавливать динамические уравнения, исходя только из данных численного моделирования или экспериментальных наблюдений.

Впервые предложен и обоснован метод определения топологических фаз посредством анализа инкремента развития модуляционной неустойчивости объёмных мод и нелинейной динамики псевдоспина. Кроме того, впервые изучены возможности классификации топологических фаз фотонных решёток с помощью методов машинного обучения. Реализована нейросеть, определяющая

топологию фотонной неэрмитовой решётки на основе только пространственного распределения интенсивности, без необходимости предварительного восстановления фазового профиля.

Впервые развито аналитическое описание свойств локализованного углового состояния в гибридной фотон-фононной системе, представляющей собой кремниевую метаповерхность с Кекуле-структурой, покрытой тонким слоем гексагонального нитрида бора. Это описание базируется на решении уравнений Дирака и согласуется как с результатами численного решения уравнений Максвелла методом конечных элементов, так и с экспериментальными данными.

Методология и методы исследования

В рамках диссертации для комплексного теоретического изучения топологических фотонных платформ использованы как аналитические, так и численные подходы. Среди них, например, построение эффективных моделей, описывающих оптические системы, как с помощью метода сильной связи, так и в рамках континуальной модели, основанной на уравнениях Дирака. Этот общий подход позволяет аналитически решить как стационарные, так и эволюционные задачи, в том числе описать нелинейные процессы, среди которых модуляционная неустойчивость и градиентная катастрофа волновых импульсов в оптических решетках. Особенное внимание уделено развитию асимптотических методов для анализа эволюции локализованных волновых пакетов вдоль топологических доменных стенок. Численная верификация также проведена путём полномасштабного моделирования в рамках уравнений Максвелла конкретных реалистичных физических систем. В исследовании симметрии мод топологических решеток с разной геометрией применены общие методы теории групп.

Кроме того, для анализа больших массивов данных и выявления последующих закономерностей в них применены методы искусственного интеллекта. Так, разработана нейросеть, определяющая топологические свойства системы по измерению интенсивности. Кроме того, регрессионные алгоритмы применены в дополнение к реализованному асимптотическому подходу вывода уравнений эволюционной динамики огибающих краевых импульсов.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Краевой импульс, распространяющийся вдоль доменной стенки в топологической фотонной решетке, представляет собой нелинейную простую волну с укручающимся по мере распространения задним фронтом при пренебрежении пространственной дисперсией.
2. Нелинейная поправка к скорости в эволюционных уравнениях для краевых волн в топологических фотонных решетках приводит к их устойчивости по отношению к длинноволновым возмущениям.

3. Применение алгоритма разреженной регрессии позволяет вывести корректные уравнения распространения для краевого импульса вдоль топологической доменной стенки.

4. Анализ инкремента развития модуляционной неустойчивости объёмных мод и нелинейной динамики псевдоспина позволяет определить топологию фотонных решеток, описываемых двухзонным гамильтонианом.

5. Классификация топологических фаз в фотонных системах с радиационными потерями возможна с использованием методов машинного обучения на основе только пространственного распределения интенсивности, без необходимости предварительного восстановления фазового профиля.

6. Топологические дефекты в форме Y-образного соединения трёх доменов в кремниевой метаповерхности с Кекуле-структурой, покрытой тонким слоем гексагонального нитрида бора, эффективно локализуют фонон-поляритоны среднего ИК-диапазона.

Научная и практическая значимость

Развитый комплексный теоретический анализ топологических систем охватывает как фундаментальные аспекты поведения электромагнитных волн в фотонных материалах, так и прикладные методы их описания и классификации. Рассмотренные аналитические модели и численные подходы позволяют более глубоко понять нелинейные эффекты в топологических фотонных структурах. Кроме того, результаты этого исследования могут быть также полезны для описания нелинейных динамических явлений в других экспериментально реализуемых топологических системах, сконструированных на базе метаматериалов [6], оптических решеток [7], [8] и экситон-поляритонного конденсата [9] в силу общности развитого в диссертации аналитического подхода.

Предложенные устройства, а также разработанные программы применимы и в научных лабораториях, и на предприятиях электронной промышленности. Например, алгоритм машинного обучения, позволяющий определить топологическую фазу материала, исходя из распределения интенсивности, максимально адаптирован для использования в реальных лабораторных условиях.

Изученные топологические фотонные платформы в дальнейшем могут стать функциональными элементами интегральных фотонных схем (соединительные линии, модовые конвертеры, переключатели, резонаторы, наноразмерные излучатели и т.д.), использованы для повышения эффективности уже существующих фотонных интегральных схем, а также для создания новых функциональных элементов, основанных на топологических устройствах. В частности, топологическая метаповерхность, рассмотренная в диссертации, может быть применена в интегральной оптике для создания компактных источников излучения с заданной поляризационной структурой, а также в высокочувствительных сенсорах.

Достоверность результатов

Полученные результаты обладают высокой степенью достоверности и являются обоснованными. Подтверждением этого служит хорошее качественное и количественное согласование аналитических выводов с эффектами, наблюдаемыми при численном моделировании конкретных фотонных платформ, таких как волноводные решётки и метаповерхности. В исследованиях использовались хорошо апробированные аналитические и численные методы, широко применяемые в электродинамике и физике твёрдого тела, в том числе метод сильной связи, метод конечных элементов и другие. Положения и результаты диссертации опубликованы в научных статьях в журналах первого квартиля по базе Scopus, проходили рецензирование независимыми международными экспертами. Экспериментальные подтверждения аналитических результатов главы 4 приведены в [A6].

Апробация результатов и публикации

Основные результаты диссертационной работы докладывались на следующих конференциях и научных школах: XIX научная школа «Нелинейные волны – 2020», февраль 2020, Бор; XXIX научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике, декабрь 2020, онлайн; международная конференция SPb-РОЕМ, май 2021, онлайн; XXX научная сессия Совета РАН по нелинейной динамике, декабрь 2021, онлайн; школа-конференция с международным участием SpbOPEN, май 2022, Санкт-Петербург; школа-конференция AIRI по искусственному интеллекту, июль 2022, Сириус; конференция «Енисейская фотоника», сентябрь 2022, Красноярск; XX научная школа «Нелинейные волны – 2022», ноябрь 2022, Бор; форум молодых учёных – участников СНГ «Наука без границ», ноябрь 2022, Нижний Новгород; школа-конференция с международным участием SpbOPEN, май 2023, Санкт-Петербург; всероссийская конференция «Невская фотоника», октябрь 2023, Санкт-Петербург; XXI научная школа «Нелинейные волны – 2024», ноябрь 2024, Бор.

Результаты работы также обсуждались на научных семинарах в Институте прикладной физики РАН и в Институте физики микроструктур РАН. Материалы диссертации были опубликованы в ведущих зарубежных научных журналах: Physical Review Letters, Nature Communications, Nanophotonics, Physical Review B, Physical Review A, Physical Review Research; а также в материалах российских и международных конференций. Всего по теме исследования опубликовано 7 статей в рецензируемых журналах [A1] – [A7] (из них 7 – в журналах, рекомендованных ВАК для публикации основных материалов), 13 тезисов докладов в сборниках трудов всероссийских и международных конференций [A8] – [A20].

Личный вклад

Результаты, изложенные в настоящей диссертации, получены лично автором либо при её непосредственном участии под руководством научного руководителя.

Благодарность

Автор выражает глубокую благодарность и признательность зав. НИЛ «Искусственного интеллекта и обработки больших массивов данных» Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского Смирнову Льву Александровичу. Результаты, представленные в разделах 2.6, 2.7, 3.3, получены в рамках совместной работы с данной лабораторией.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Диссертация состоит из вводной части, четырёх глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 180 страниц с 70 рисунками. Дополнительная информация изложена в 4 приложениях (содержат 6 рисунков). Список публикаций автора по теме диссертации включает 20 наименований. Список литературы содержит 172 наименования.

В разделе **общая характеристика работы** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертации, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава носит вводный характер. В ней представлен обзор современного состояния исследований в области топологической фотоники, с особым акцентом на работы, посвящённые нелинейным эффектам. Рассмотрены основные экспериментальные платформы, подходящие для демонстрации топологических свойств. Дано описание эффективных моделей, которые в дальнейшем используются при теоретическом анализе топологических решёток в данной диссертационной работе. Также представлены ключевые топологические понятия, характеризующие такие системы.

Вторая глава посвящена изучению особенностей нелинейной динамики локализованных волновых пакетов, распространяющихся вдоль топологических доменных стенок в фотонных решётках.

В разделе 2.1 вводится фотонная топологическая решётка, составленная из одномодовых диэлектрических волноводов, записанных в кварцевом стекле. Волноводы ориентированы вдоль продольной оси z . В плоскости (x, y) такая система образует периодическую гексагональную решётку. Элементарная ячейка (ЭЯ) структуры состоит из двух элементов, при этом имеется различие в собственных постоянных распространения каждого из двух волноводов в ЭЯ.

Доменная стенка (интерфейс) вводится как инверсия собственных постоянных распространения внутри ЭЯ вдоль линии с фиксированным значением $y = y_c$.

В разделе 2.2 показан способ перехода к непрерывному аналитическому описанию динамики в данной системе на основе дираковской модели в линейном случае. Формально вводится волновая функция $\Psi = [\Psi_1, \Psi_2]$, компоненты которой описывают распределение поля на двух подрешетках. Мы показали, что в линейном случае доменная стенка поддерживает краевые волны с линейной дисперсией, экспоненциально локализованные по поперечному сечению у на линии $y = y_c$. В разделе 2.3 получено аналитическое выражение для пространственного распределения краевых мод для случая системы с керровской нелинейностью $\Psi^s = [\Psi_1^s(y), \Psi_2^s(y)]e^{ikx - i\omega t}$, когда гамильтониан модифицируется добавлением $H_{NL} = g \cdot \text{diag}[|\Psi_1|^2; |\Psi_2|^2]$.

Раздел 2.4 посвящен анализу особенностей динамики волнового пакета, распространяющегося вдоль доменной стенки и имеющего гауссов профиль по оси x . Структура поля вдоль оси y задана в виде нелинейной краевой волны, и мы интересуемся эволюцией в плоскости (z, x) . Рассмотрение основано на уравнении для огибающей $a(z, \xi)$, $\xi = x + z$, которое может быть получено как из интегральных уравнений, так и с помощью асимптотических методов.

Для вывода уравнений для огибающей мы рассмотрели систему дираковских уравнений с нелинейностью и дисперсией

$$i\partial_z \Psi = \begin{pmatrix} M - g|\psi_1|^2 & -i\partial_x - \partial_y - \eta(-i\partial_x + \partial_y)^2 \\ -i\partial_x + \partial_y - \eta(i\partial_x + \partial_y)^2 & -M - g|\psi_2|^2 \end{pmatrix} \Psi. \quad (1)$$

Затем был введен малый параметр $\mu \sim g \cdot \max_x I_1 / M_0$, где I_1 – интенсивность поля на доменной стенке. Вклад пространственной дисперсии учитывается в асимптотике второго порядка, то есть $\eta M_0 \sim \mu^2$. В итоге мы получили эволюционное уравнение для краевого импульса с точностью до членов порядка $\sim \mu^2$:

$$i\frac{\partial a}{\partial z} = -\frac{g}{4}|a|^2 a - i\frac{g^2}{32M_0^2}|a|^2 \frac{\partial |a|^2}{\partial \xi} a - \eta \frac{\partial^2 a}{\partial \xi^2} + M_0^2 \eta a, \quad (2)$$

это уравнение включает зависимость групповой скорости от интенсивности поля, что позволяет описать эффект опрокидывания волнового пакета по мере распространения, чему посвящен раздел 2.5.

Чтобы детально изучить явление градиентной катастрофы в нашей системе, мы продемонстрировали, как в численном моделировании эволюции в рамках системы дираковских уравнений реализуется процесс опрокидывания. Кроме того, численное моделирование показало формирование квазисолитонных краевых импульсов в области обрушения заднего фронта на больших временах. Далее мы рассмотрели в рамках дираковской модели эволюцию квазисолитонных краевых импульсов, вид которых был получен квазианалитически из

уравнения (2). Показано, что профиль солитонного импульса не меняет форму по мере распространения. Наконец, мы промоделировали эффект градиентной катастрофы волнового пучка в реалистичной решетке волноводов, для описания которой использовалось параксиальное уравнение. Параметры решетки близки к экспериментальной работе [10] (рис. 1).

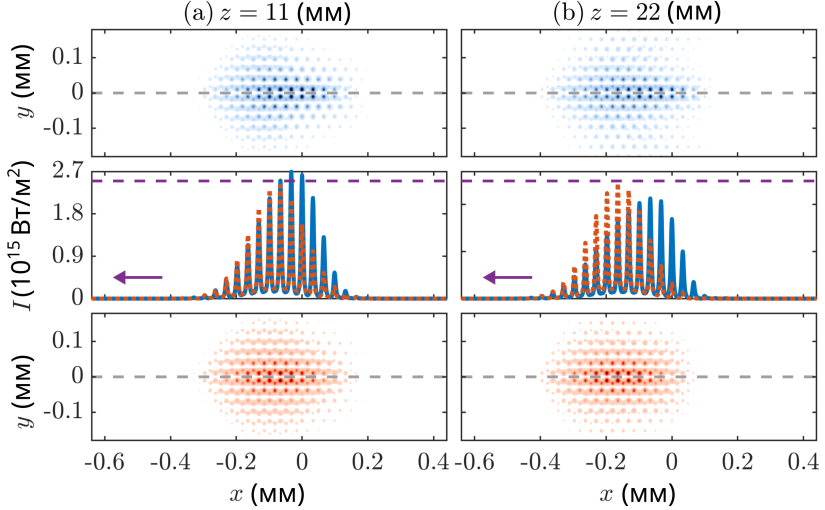


Рис. 1. Решение параксиального уравнения с начальным распределением, заданным в гауссовской форме вдоль оси x и в виде краевой моды по y . Здесь пунктирные линии отвечают линейному случаю, а сплошные – нелинейному. В верхней и нижней строках изображено распределение интенсивности в плоскости фотонной решетки (x, y) (нелинейный и линейный случаи соответственно), в средней строке – профиль интенсивности вдоль доменной стенки

Затем в разделе 2.6 исследована модуляционная неустойчивость стационарной краевой моды относительно малоамплитудных длинноволновых возмущений. Мы реализовали стандартный метод исследования данного решения на неустойчивость: построили спектр возмущений малой амплитуды в линеаризованной задаче.

Мы начали с уравнения (2) и получили условие устойчивости

$$\bar{\mu}\eta < \frac{\bar{\mu}^4}{64M_0} = \frac{1}{4M_0^5} \left(\frac{gI_1}{2} \right)^4, \quad (3)$$

где мы ввели $\bar{\mu} = gI_1/M_0$, $I_1 = \max_x I_1$. Полученное аналитическое выражение для инкремента неустойчивости позволяет описать эффект стабилизации при большом нелинейном вкладе (что можно достичь путем увеличения амплитуды), – эффект, ранее не отмеченный в подобных моделях, анализ которых ограничивался традиционным нелинейным уравнением Шрёдингера без каких-либо

модификаций. Данный аналитический результат был проверен при непосредственном моделировании спектра линейных возмущений в полной системе нелинейных дираковских уравнений, а также в дискретной решетке, описываемой с помощью гамильтониана, полученного в пределе сильной связи только с ближайшими элементами (для нашей конфигурации это означает взаимодействие каждого волновода с тремя соседними).

Результаты моделирования распространения возмущённой краевой волны вдоль доменной стенки путём численного решения параксиального уравнения показали отличное согласие с аналитическими выкладками.

В *разделе 2.7* продемонстрировано применение линейной регрессии (также относят к методам машинного обучения) для автоматизированного вывода уравнений в частных производных, описывающих эволюцию огибающей волновых пакетов (как уравнение (2)).

При подготовке данных мы решали эволюционную задачу в рамках параксиального уравнения для двух принципиально различных групп параметров: I и II. Решетки, параметры которых соответствуют набору I (аналогичны тому, что был исследован нами ранее [A1]), хорошо описываются в рамках традиционной континуальной дираковской модели. В этом случае краевая мода имеет достаточно большой пространственный масштаб вдоль поперечной оси y . В пределах запрещённой зоны дисперсионная кривая краевого состояния близка к линейной, а её кривизна мала. Напротив, для набора параметров II (аналогичен [11]) пространственный масштаб локализации краевой моды вдоль оси y сравним с периодом решётки. Кривизна дисперсионной кривой становится существенной, что указывает на необходимость учёта высших пространственных производных в эволюционных уравнениях для краевых импульсов. Описанные нами два набора параметров соответствуют режимам слабой и сильной дисперсии соответственно.

Мы подготовили данные, представляющие собой динамические карты профилей волновых пакетов (распределения поля в плоскости (x, z)). Для этого мы моделировали динамику численно в рамках параксиальных уравнений. Эти данные затем подавались на вход алгоритма разреженной регрессии, позволяющего восстанавливать приближённые уравнения для комплексной огибающей на основе наблюдаемых динамических карт. Суть заключается в следующем: данные, подготовленные при решении параксиального уравнения, соответствующего исходной модели, затем преобразуются в континуальном пределе в уравнение в частных производных (УЧП) для огибающей.

Для получения УЧП, которое эффективно воспроизводит динамику волнового поля вдоль интерфейса, введён подход, прежде всего основанный на разделении физических процессов на линейные и нелинейные эффекты. Это разделение связано с настройкой начального значения интенсивности краевой

волны. При этом для решения задачи в нелинейном случае мы предполагаем, что линейная часть модели известна.

Восстановленные континуальные модели учитывают такие физические процессы, как пространственная дисперсия (в том числе высокого порядка), опрокидывание и самофокусировка, тем самым обеспечивая адекватное описание динамики распространения. Показано, что в нелинейном случае для группы параметров, отвечающих слабой дисперсии, определяющим слагаемым, искажающим форму начального симметричного гауссовского распределения, является нелинейная групповая скорость, приводящая к асимметрии профиля в ходе распространения. Этот результат был получен нами ранее в ходе чисто аналитического вывода уравнений. Для большой дисперсии второго порядка существенным становится нелинейный набег фазы. Этот эффект ведёт к симметричному сжатию пучка и увеличению максимальной интенсивности в нём.

В *выводах по главе* суммируются полученные результаты, а также обсуждается их фундаментальность и возможное применение для описания нелинейных динамических явлений в других экспериментально реализуемых топологических системах. Результаты исследований изложены в работах [A1, A4, A7, A12, A13, A14, A15, A18, A19, A20].

В **третьей главе** мы фокусируемся на методах определения топологических инвариантов фотонных систем. Актуальность этих исследований обусловлена тем, что ненулевое значение топологического инварианта объёма материала служит индикатором существования топологически защищённых состояний, локализованных на краю системы.

В *разделе 3.1* изучалась модуляционная неустойчивость блоховских мод в двумерной киральной квадратной решётке с керровской нелинейностью.

В окрестности точек высокой симметрии такую систему можно описывать с помощью гамильтониана дираковского типа:

$$\hat{H}_D = J_1 \sqrt{2} (p_x \hat{\sigma}_y - p_y \hat{\sigma}_x) + (m_{\text{eff}} + J_2 [p_x^2 + p_y^2]) \hat{\sigma}_z, \quad (4)$$

решётка является тривиальной при $J_2 m_{\text{eff}} > 0$ и нетривиальной при $J_2 m_{\text{eff}} < 0$.

Для начала мы нашли объемные стационарные нелинейные блоховские моды такого гамильтониана и получили, что при некоторой критической интенсивности происходит бифуркация, сопровождающаяся формированием нелинейного дираковского конуса в обеих топологических фазах. Затем мы реализовали стандартный метод исследования на неустойчивость этих стационарных решений и показали, что окрестность точки бифуркации чувствительна к топологии зонной структуры. Это может быть проиллюстрировано, например, угловой зависимостью максимального инкремента неустойчивости нелинейной блоховской волны. В нетривиальной фазе существует направление, вдоль которого сохраняется устойчивость, тогда как в тривиальной фазе неустойчивости возникают для всех углов. Такая разница в поведении позволяет рассматривать

модуляционную неустойчивость как эффективный индикатор топологических переходов в нелинейных фотонных системах.

В разделе 3.2 нами был предложен метод определения аномальной фазы Флоке на основе анализа нелинейной динамики суперпозиционного состояния в точках высокой симметрии зоны Бриллюэна Γ и M в окрестности особых значений эволюционной координаты z , обозначенных как z_m , в которых в линейном случае псевдоспин восстанавливает значение, которое было в начальный момент времени. Для начала с использованием асимптотических методов мы написали приближенное аналитическое выражение для компонент псевдоспина в окрестности z_m для малой нелинейности. В частности, нами была получена линейная зависимость s_y от z , из которой можно получить коэффициенты гамильтониана метода сильной связи, если измерить значения компонент псевдоспина. В данном подходе мы определяем как величину, так и знак коэффициента связи, что позволяет идентифицировать аномальную фазу Флоке.

В разделе 3.3 мы исследовали эффективность различных методов машинного обучения в задаче классификации топологических фаз фотонных систем с контролируемыми радиационными потерями.

В качестве конкретной платформы здесь рассмотрена конечная димензиональная решётка оптических волноводов, ориентированных вдоль оси z , соответствующая модели Су–Шриффера–Хигера (SSH), при этом к каждому волноводу подключен канал утечки. Такой конечный образец из N волноводов может принадлежать одному из 4 классов (каждый из двух краёв может быть тривиальным или нетривиальным), при этом вблизи нетривиального края могут быть локализованы топологически защищенные моды. В большинстве традиционных методов определения топологии подобных систем предполагают, что следует знать фазу поля, определение которой представляет собой отдельную трудоёмкую экспериментальную задачу. Поэтому актуальны исследования, касающиеся предложения альтернативы традиционным методам, действующим только измерение интенсивности. Мы решили рассмотреть возможность детектирования топологических состояний с помощью методов машинного и глубокого обучения по измерению интенсивности на выходе решётки в центральных элементах N_c , количество которых меньше полного размера решётки $N_c < N$. Данная постановка задачи отражает фундаментальное свойство топологических состояний: их наличие связано именно с объемными свойствами, а не с дефектами структуры на краях.

Для решения поставленной задачи вначале мы построили описывающий реалистичную решетку гамильтониан метода сильной связи, учитывающий взаимодействие только с ближайшими соседями, коэффициенты которого были подобраны на основании соответствия его спектра зонной структуре решётки, полученной в рамках параксиального уравнения. Было показано, что введение взаимодействия со следующими соседями в методе сильной связи для наших

параметров решетки не оказывает существенного влияния на эволюционные характеристики поля, распространяющегося в данной системе. Так как в дальнейшем мы будем изучать именно эволюцию, то в данной постановке задачи мы пренебрегаем связью с соседями, следующими за ближайшими.

Во-первых, мы установили, что неопределенность в начальных условиях (таких как номер возбуждённого волновода на входной грани решётки) снижает качество кластеризации без учителя, приводя либо к смещению различных классов, либо к прогнозированию избыточного числа классов.

Поэтому мы перешли к обучению с учителем и обнаружили, что высокая точность классификации достигается при достаточно больших трассах распространения. В качестве наиболее перспективного алгоритма мы выбрали полносвязную нейросеть, позволяющую достичь точности определения топологического класса вплоть до 90% для наибольших экспериментально реализуемых трасс распространения (рис. 2). Отметим, что точность можно дополнительно повысить, увеличив количество волноводов, возбуждаемых в начальный момент времени.

Также мы изучили возможность трансфера обучения. Показано, что нейросеть, предобученная на идеальных данных, может точно классифицировать системы с беспорядком, что позволяет избежать трудоёмкого переобучения для каждой новой системы.

Для дополнительного тестирования сконструированной нейросети мы провели сравнение топологической решетки SSH с четным числом элементов и её нетопологического аналога. В последнем димеризация происходит за счет чередующейся разницы в постоянных распространения (Δ_1 и $\Delta_2 = -\Delta_1$), а связь между соседними элементами одинакова и равна J (в топологической решетке введены два коэффициента связи J_1 и J_2 , соотношение между которыми и определяет топологию). Для подготовки соответствующих наборов данных параметры нетопологической решетки ($\Delta_{1,2}$ и J) подбирались таким образом, чтобы её зонная структура совпадала с топологической. Нетопологические краевые дефекты были введены в виде нарушений постоянной распространения в краевых элементах. Мы сравнивали точность нейронной сети для топологического массива SSH и нетопологического массива с краевыми дефектами для двух классов: оба края поддерживают краевые состояния (класс 11) или не поддерживают (класс 00). Датасеты были подготовлены стандартным образом – решалась система уравнений, описывающая конечную решетку в методе сильной связи. Мы обнаружили, что для малых амплитуд дефекта точность в случае нетопологической решетки оказывается малой по сравнению с топологической, так как дефект не связан с её объемными свойствами (в отличие от топологического случая), однако при увеличении амплитуды дефекта меняются также и объемные моды, что приводит к повышению точности модели.

В *выводах по главе* мы формулируем основные результаты, обсуждаем их применимость к другим системам, в том числе поляритонным. Кроме того, мы говорим о возможностях использования разработанного нейросетевого алгоритма для эффективной диагностики топологических свойств в реальных фотонных устройствах, что перспективно в лабораторных и промышленных условиях. Результаты исследований изложены в работах [A2, A3, A5, A8, A9, A11, A17].

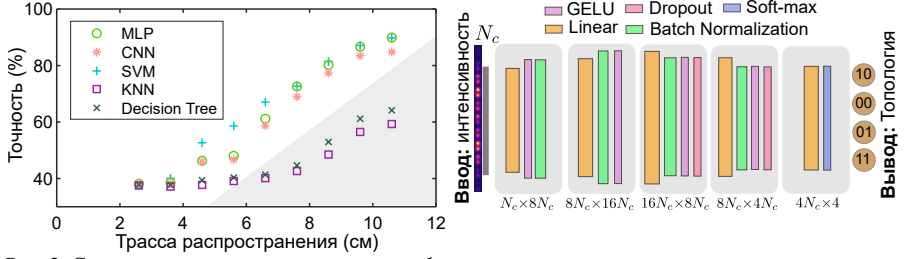


Рис. 2. Слева: точность методов машинного обучения с учителем в зависимости от длины трассы распространения $\mathcal{L}$. Справа: схема свёрточной нейронной сети, принимающей на вход распределение интенсивности при $z = \mathcal{L}$ и определяющей топологию границ решетки; параметр $N_c = 16$

В заключительной **четвертой главе** исследуются ближнее и дальнее поля фотон-фононных состояний, локализованных на топологическом дефекте в виде Y-образного соединения трёх доменов в кремниевой метаповерхности с Кекуле-структурой (левая колонка рис. 3, где изображена геометрия системы), покрытой тонким слоем гексагонального нитрида бора, описанной в *разделе 4.1*. Таким образом, система представляет собой три сходящихся в точке линейных дефекта, образующих точечный дефект в месте соединения. Далее в *разделе 4.2* приведены физические параметры реального экспериментального образца [A10] и описана процедура поиска его собственных мод с помощью численного моделирования методом конечных элементов.

Для пояснения результатов полномасштабного трёхмерного моделирования мы построили эффективную континуальную модель, приведённую в *разделе 4.3* для фотонной компоненты и аналитически описывающую свойства мод точечного и линейного дефектов. Показан переход к континуальному пределу и выбран подходящий базис, в котором топологический дефект удобно описывается с помощью системы уравнений Дирака. Показано, что математически введение кластеризации в системе Дирака аналогично наличию параметра порядка в физике сверхпроводников, который открывает щель в зонной структуре.

В *разделе 4.4* приведена модификация континуального дираковского гамильтониана системы с учетом взаимодействия с фононами. Дополнительно в *разделе 4.5* обсуждается неэрмитовость рассматриваемой системы и влияние радиационных фотонных и омических фононных потерь на сделанные

выводы. Показано, что при учёте реальных физических потерь дополнительные поправки, возникающие при преобразованиях базиса гамильтониана, оказываются величинами следующего порядка малости.

Затем в *разделе 4.6* анализируются локализованные собственные состояния. Получено аналитическое выражение для профиля углового состояния, локализованного на точечном дефекте. Оно характеризуется интенсивностью, экспоненциально убывающей при удалении от центра соединения. Аналитическое описание проведено в рамках системы уравнений Дирака. Найденная форма локализованной моды согласуется как с результатами численного моделирования уравнений Максвелла, так и с собственной функцией гамильтониана решётки в приближении сильной связи. На основании полученных профилей доказывается топологическая природа моды, а именно – найдены центры Ванье и показано квантование топологического заряда. Кроме того, изучены краевые состояния, локализованных на линейном дефекте в суперячейке в фотонном и в гибридном случаях. В рамках дираковской модели выведены дисперсия и пространственные профили соответствующих краевых мод.

Затем в *разделе 4.7* обсуждаются поляризационные свойства найденных мод. Получено, что поляризация дальнего поля моды топологического дефекта является спиральной. Ключевым аспектом является взаимная киральность направления вращения спирали для дефекта, образованного соединением доменов с тривиальной и нетривиальной объемной элементарной ячейкой. В дальней зоне поле моды имеет трёхлепестковую диаграмму направленности, содержащую сингулярность в нормальном направлении, причём направление кручения спиральной поляризации связано с коэффициентом кластеризации Кекуле C . Поляризационная структура дальнего поля подтверждена переходом к базису дипольных и квадрупольных мод для аналитического решения в рамках дираковской модели, где наблюдается суперпозиция правой и левой циркулярной поляризации с фазовым сдвигом $\pi/2$. Результаты приведены на рис. 3.

В *разделе 4.8* исследуются гетерогенные интерфейсы, содержащие линейные дефекты и зигзагообразные топологические доменные стены, разделяющие области с элементарными ячейками со сжатыми и расширенными гексамерами. Анализ зонных диаграмм показал гибридизацию краевых мод интерфейсов при их близком расположении. Продемонстрирована возможность возбуждения на резонансной частоте угловой моды краевой волны, которая, распространяясь вдоль зигзагообразной доменной стенки, приводит к возбуждению моды топологического дефекта.

В *выводах по главе* суммируются полученные результаты, а также обсуждаются возможные практические применения исследованной метаповерхности в интегральной оптике для создания компактных источников излучения с заданной поляризационной структурой, а также в высокочувствительных сенсорах,

где локализованные моды могут реагировать на малые изменения диэлектрической проницаемости окружающей среды. Основные теоретические результаты, изложенные в заключительной главе, опубликованы в [A6, A10, A16].

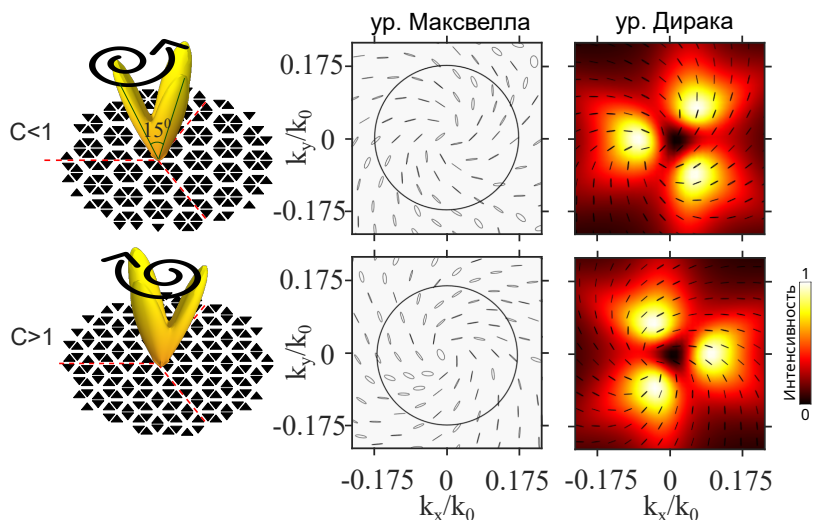


Рис. 3. Дальнее поле моды топологического дефекта. Верхний ряд соответствует тривиальной решетке ($C < 1$), а нижний – нетривиальной ($C > 1$). Первый и второй столбцы слева – результаты, полученные из трехмерного моделирования в рамках уравнений Максвелла. Правый столбец – из аналитического решения дираковских уравнений

В заключении приведены основные результаты работы:

1. В континуальной модели с использованием дираковских уравнений получено, что в случае пренебрежения пространственной дисперсией краевой импульс, распространяющийся вдоль топологической доменной стенки, представляет собой нелинейную простую волну с укручающимся по мере распространения задним фронтом. Затем в уравнения введена пространственная дисперсия, продемонстрировано формирование квазисолитонных структур и аналитически найден их пространственный профиль. Промоделировано распространение света в физической системе, описываемой данной моделью: оптических решетках, изготовленных с помощью фемто-секундной лазерной записи в кварцевом стекле. Расчеты проведены в рамках параксиального уравнения, показано хорошее согласие с развитой теорией.

2. С помощью анализа модуляционной неустойчивости малоамплитудных длинноволновых возмущений к краевой моде, локализованной на доменной стенке, определена область параметров, обеспечивающая устойчивость данного решения. Численное моделирование эволюции возмущенной краевой волны в реалистичной фотонной решётке из одномодовых диэлектрических волноводов

подтвердило адекватность теоретической модели: наблюдаемая динамика возмущений качественно и количественно согласуется с предсказаниями теории.

3. Разработан метод получения эволюционного уравнения в частных производных для комплексной огибающей волнового пакета, распространяющегося вдоль топологической доменной стенки в нелинейной оптической решётке, с помощью регрессионных алгоритмов. Ключевая идея состоит в разделении физических процессов на линейные и нелинейные эффекты. Это разделение связано с настройкой начального значения интенсивности краевой волны. При этом для решения задачи в нелинейном случае предполагается, что линейная часть модели известна. Показано, что для параметров, соответствующих слабой дисперсии, определяющим фактором, искажающим форму начального симметричного гауссовского импульса, является нелинейная групповая скорость, приводящая к асимметрии профиля в ходе распространения. Для режима сильной дисперсии решающую роль играет нелинейный набег фазы, приводящий к симметричному сжатию пучка и росту его максимальной интенсивности.

4. Показано, что сценарии развития модуляционной неустойчивости в кривой квадратной решетке с нелинейностью керровского типа определяются топологическими свойствами энергетических зон. Анализ инкремента модуляционной неустойчивости позволяет установить топологию зонной структуры (тривиальна она или нетривиальна). С целью определения аномальных топологических фаз Флоке предложен метод, основанный на исследовании нелинейной динамики псевдоспина.

5. Разработан метод определения топологических свойств фотонных решеток, часть собственных мод которых подвержена радиационным потерям, на основе анализа эволюции пространственно локализованного возбуждения. Создана нейронная сеть, определяющая топологические характеристики по измеренной интенсивности на выходе массива волноводов.

6. Предложена эффективная трёхуровневая дираковская модель, включающая две фотонные (дипольную и квадрупольную) и одну фононную компоненты, позволяющая описать моды топологического дефекта в Кекуле-структурированной кремниевой метаповерхности, покрытой тонким слоем гексагонального нитрида бора. Найдена спектрально изолированная мода, локализованная на топологическом дефекте. Получено пространственное распределение этой моды и её поляризация в ближнем и дальнем поле. В дальней зоне диаграмма направленности излучения имеет трёхлепестковую форму и содержит поляризационную сингулярность с нетривиальной спиральной структурой. Результаты, полученные в рамках эффективной модели, подтверждаются полномасштабным моделированием с помощью уравнений Максвелла.

Список публикаций по теме диссертации

- [A1] Smirnova D. A., Smirnov L. A., Smolina E. O., Angelakis D. G., Leykam D. Gradient catastrophe of nonlinear photonic valley-Hall edge pulses // *Physical Review Research*. — 2021. — Vol. 3, no. 4. — P. 043027.
- [A2] Leykam D., Smolina E., Maluckov A., Flach S., Smirnova D. A. Probing band topology using modulational instability // *Physical Review Letters*. — 2021. — Vol. 126, no. 7. — P. 073901.
- [A3] Maluckov A., Smolina E., Leykam D., Gündoğdu S., Angelakis D. G., Smirnova D. A. Nonlinear signatures of Floquet band topology // *Physical Review B*. — 2022. — Vol. 105, no. 11. — P. 115133.
- [A4] Smolina E. O., Smirnov L. A., Leykam D., Smirnova D. A. Self-steepening-induced stabilization of nonlinear edge waves at photonic valley-Hall interfaces // *Physical Review A*. — 2023. — Vol. 108. — P. L061501.
- [A5] Smolina E., Smirnov L., Leykam D., Nori F., Smirnova D. Identifying topology of leaky photonic lattices with machine learning // *Nanophotonics*. — 2024. — Vol. 13, no. 3. — P. 271-281.
- [A6] Smirnova D., Komissarenko F., Vakulenko A., Kiriushchikina S., Smolina E., Guddala S., Allen M., Allen J., Alù A., Khanikaev A. B. Polaritonic states trapped by topological defects // *Nature Communications*. — 2024. — Vol. 15, no. 1. — P. 6355.
- [A7] Smolina E., Smirnov L., Leykam D., Nori F., Smirnova D. Data-driven model reconstruction for nonlinear wave dynamics. // *Physical Review Research*. — 2025. — Vol. 7. — P. 023314.
- [A8] Смолина Е., Смирнов Л. Применение машинного обучения для построения моделей нелинейной динамики волновых пакетов на фотонных топологических интерфейсах // *Нелинейные волны-2024: Тезисы докладов*. — 2024. — С. 244.
- [A9] Smirnov L. A., Smolina E. O., Leykam D., Smirnova D. A. Identifying Topology of Photonic Lattices with Machine and Deep Learning // 2023 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe and European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC). — IEEE, 2023. — P. 1-1.
- [A10] Smirnova D., Komissarenko F., Vakulenko A., Kiriushchikina S., Smolina E., Guddala S., Alù A., Khanikaev A. Trapped phonon-polariton modes induced by topological defects in mid-IR metasurfaces integrated with hexagonal boron nitride // *Metamaterials, Metadevices, and Metasystems 2023*. — SPIE, 2023. — PC126460V.

- [A11] Smolina E., Smirnov L., Kulikov N., Smirnova D. Classifying Topology in Waveguide Lattices using Deep Learning // 10th International School and Conference on Optoelectronics, Photonics, Engineering and Nanostructures. — 2023. — P. 435-436.
- [A12] Смолина Е., Смирнов Л., Смирнова Д. Модуляционная неустойчивость топологических краевых волн в нелинейных фотонных решётках // Невская фотоника-2023: Тезисы докладов. — 2023. — С. 193.
- [A13] Федотовских Е., Смолина Е., Смирнов Л. Применение машинного обучения для получения эволюционных уравнений для огибающих волновых полей в топологических фотонных решётках // Невская фотоника-2023: Тезисы докладов. — 2023. — С. 234.
- [A14] Smolina E., Smirnov L., Smirnova D. Edge states and modulation instability in nonlinear photonic topological lattices // 9th International School and Conference on Optoelectronics, Photonics, Engineering and Nanostructures. — 2022. — P. 390-391.
- [A15] Смолина Е., Смирнов Л., Смирнова Д. Краевые волны и модуляционная неустойчивость в нелинейных фотонных топологических решётках // Енисейская фотоника-2022: Тезисы докладов. — 2022. — Т. 2. — С. 77-78.
- [A16] Смолина Е., Смирнова Д. Моды топологических дефектов в кекуле-структурированных метаповерхностях // Енисейская фотоника-2022: Тезисы докладов. — 2022. — Т. 2. — С. 90-91.
- [A17] Смолина Е., Хорькин А., Смирнова Д., Куликов Н., Смирнов Л. Определение топологических фаз фотонных решёток // Нелинейные волны-2022: Тезисы докладов. — 2022. — С. 252-253.
- [A18] Смолина Е., Смирнова Д., Смирнов Л. Нелинейная динамика импульсных сигналов, распространяющихся вдоль топологических доменных стенок // Сборник трудов конференции «Нижегородская сессия молодых ученых-2021». — 2021. — С. 226-229.
- [A19] Смолина Е., Смирнов Л., Смирнова Д. Распространение нелинейных волновых импульсов вдоль топологических доменных стенок // Нелинейные волны-2020: Тезисы докладов. — 2020. — С. 242-243.
- [A20] Смолина Е., Смирнов Л., Смирнова Д. Распространение нелинейных волновых пакетов вдоль топологических доменных стенок // Труды XXIV научной конференции по радиофизике. — 2020. — С. 256-258.

Список литературы

- [1] Marpaung D., Yao J., Capmany J. Integrated microwave photonics // *Nature Photonics*. — 2019. — Vol. 13, no. 2. — P. 80–90.
- [2] Hasan M. Z., Kane C. L. Colloquium: topological insulators // *Reviews of Modern Physics*. — 2010. — Vol. 82, no. 4. — P. 3045–3067.
- [3] Topological photonics / Ozawa T., Price H. M., Amo A., Goldman N., Hafezi M., Lu L., Rechtsman M. C., Schuster D., Simon J., Zilberberg O., et al. // *Reviews of Modern Physics*. — 2019. — Vol. 91, no. 1. — P. 015006.
- [4] Khanikaev A. B., Alu A. Topological photonics: robustness and beyond // *Nature Communications*. — 2024. — Vol. 15, no. 1. — P. 931.
- [5] Nonlinear topological photonics / Smirnova D., Leykam D., Chong Y., and Kivshar Y. // *Applied Physics Reviews*. — 2020. — June. — Vol. 7, no. 2. — P. 021306.
- [6] Nonlinear control of electromagnetic topological edge states / Dobrykh D., Yulin A., Slobozhanyuk A., Poddubny A., and Kivshar Y. S. // *Physical Review Letters*. — 2018. — Vol. 121, no. 16. — P. 163901.
- [7] Nontrivial coupling of light into a defect: the interplay of nonlinearity and topology / Xia S., Jukic D., Wang N., Smirnova D., Smirnov L., Tang L., Song D., Szameit A., Leykam D., Xu J., et al. // *Light: Science And Applications*. — 2020. — Vol. 9, no. 1. — P. 1–10.
- [8] Mukherjee S., Rechtsman M. C. Observation of Floquet solitons in a topological bandgap // *Science*. — 2020. — Vol. 368, no. 6493. — P. 856–859.
- [9] Topological gap solitons in a 1D non-Hermitian lattice / Pernet N., St-Jean P., Solnyshkov D., Malpuech G., Zambon N. C., Real B., Jamadi O., Lemaître A., Morassi M., Gratiet L. L., et al. // *arXiv preprint arXiv:2101.01038*. — 2021.
- [10] Observation of photonic topological valley Hall edge states / Noh J., Huang S., Chen K. P., and Rechtsman M. C. // *Physical Review Letters*. — 2018. — Vol. 120. — P. 063902.
- [11] Rabi-like oscillation of photonic topological valley Hall edge states / Zhong H., Kartashov Y. V., Zhang Y., Song D., Zhang Y., Li F., and Chen Z. // *Optics Letters*. — 2019. — Vol. 44, no. 13. — P. 3342–3345.

Содержание диссертации

Общая характеристика работы	5
Глава 1 Системы и модели топологической фотоники	12
1.1 Топологическая фотоника как современный раздел физики	12
1.2 Основные экспериментальные платформы в топологической фотонике	16
1.2.1 Фотонные решетки на основе волноводов	16
1.2.2 Топологические фотонные метаповерхности	19
1.3 Переход от уравнений Максвелла к эффективным моделям	20
1.4 Примеры модельных Гамильтонианов и топологические инварианты	21
1.4.1 Одномерные модели (модель SSH)	21
1.4.2 Двумерные модели	22
Глава 2 Краевые импульсы в нелинейной модели Дирака	25
2.1 Физическая платформа	25
2.2 Переход к Дираковской модели в линейном случае	26
2.3 Нелинейные краевые волны	28
2.4 Нелинейная динамика краевых импульсов: уравнение для огибающей	31
2.4.1 Эволюционное уравнение для интегральных характеристик	31
2.4.2 Вывод уравнения нелинейной простой волны	32
2.4.3 Асимптотический подход	33
2.5 Эффект градиентной катастрофы	35
2.5.1 Обрушение волнового фронта в рамках Дираковской модели	35
2.5.2 Квазисолитонные краевые импульсы	36
2.5.3 Распространение света в реалистичной фотонной решетке	37
2.6 Модуляционная неустойчивость нелинейных краевых волн	42
2.6.1 Модуляционная неустойчивость в модифицированном НУПШ	42
2.6.2 Модуляционная неустойчивость в нелинейных Дираковских уравнениях	43
2.6.3 Модуляционная неустойчивость в дискретных решеточных уравнениях	45
2.6.4 Модуляционная неустойчивость в параксиальных уравнениях	47
2.7 Получение уравнений для огибающих волновых пакетов с помощью методов машинного обучения	49
2.7.1 Подход к восстановлению УЧП на основе анализа данных	49
2.7.2 Описание алгоритма	50
2.7.3 Подготовка данных	51
2.7.4 Линейный случай	54
2.7.5 Нелинейный случай	57
2.8 Выводы по главе	61
Глава 3 Методы определения топологических свойств фотонных систем ...	62
3.1 Модуляционная неустойчивость в нелинейной квадратной киральной решетке	62

3.1.1 Модель: нелинейная двумерная квадратная киральная решетка ..	62
3.1.2 Свойства нелинейных Блоховских мод	64
3.1.3 Модуляционная неустойчивость объемных нелинейных мод	67
3.2 Определение топологических фаз Флоке систем	72
3.2.1 Введение: топологические системы Флоке	73
3.2.2 Описание Флоке решетки	74
3.2.3 Топологические характеристики Флоке решетки	77
3.2.4 Свойства нелинейной Флоке системы	79
3.2.5 Модуляционная неустойчивость нелинейных Блоховских волн ...	80
3.2.6 Определение аномальных фаз Флоке	82
3.3 Применение методов машинного обучения для вычисления топологического инварианта	86
3.3.1 Подготовка данных	86
3.3.2 Методы обучения без учителя	94
3.3.3 Обучение с учителем	96
3.3.4 Сравнение топологической и нетопологической систем	100
3.3.5 Роль беспорядка и перенос обучения	103
3.3.6 Выводы	105
3.4 Выводы по главе	106
Глава 4 Моды топологических дефектов в гибридных метаповерхностях	109
4.1 Структура гибридной топологической метаповерхности	109
4.2 Детали полномасштабного 3D моделирования	110
4.3 Фотонная система	112
4.3.1 Вывод ВНЗ Гамильтониана из метода сильной связи	112
4.3.2 Дираковские базисы	116
4.4 Преобразование базиса в Гамильтониане гибридной системы	120
4.5 Влияние потерь	123
4.6 Локализованные собственные состояния	125
4.6.1 Моды топологического дефекта фотонной метаповерхности ...	125
4.6.2 Моды топологического дефекта гибридной метаповерхности ...	128
4.6.3 Топологические характеристики	130
4.6.4 Фотонные краевые состояния	131
4.6.5 Гибридные краевые состояния	133
4.7 Поляризационные свойства	134
4.7.1 Поляризация в ближнем поле	134
4.7.2 Характеристики дальнего поля	135
4.8 Гетерогенные доменные стенки	137
4.8.1 Возбуждение угловых состояний	137
4.9 Выводы по главе	139
Заключение	141
Список публикаций	144
Список литературы	146
Приложения	160

СМОЛИНА Екатерина Олеговна

**СТРУКТУРА И ДИНАМИКА ЛОКАЛИЗОВАННЫХ СОСТОЯНИЙ
В ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ
ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ФОТОННЫХ РЕШЕТКАХ**

Автореферат

Подписано к печати 6.10.2025 г.
Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1,5.
Тираж 100 экз. Заказ № 35 (2025).

Отпечатано на ризографе в типографии Института прикладной физики
им. А.В. Гапонова-Грехова Российской академии наук,
603950, Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46