

На правах рукописи



СЕЛЕЗНЕВ Алексей Федорович

**РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ
ЭМПИРИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ
РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ
С ВНЕШНИМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ К ИССЛЕДОВАНИЮ
ДИНАМИКИ ЯВЛЕНИЯ ЭЛЬ-НИНЬО**

1.3.4 – радиофизика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород – 2022

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном научном учреждении «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук» (г. Нижний Новгород)

Научный руководитель

Мухин Дмитрий Николаевич, кандидат физико-математических наук, ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук»

Официальные оппоненты

Смирнов Дмитрий Алексеевич, доктор физико-математических наук, Саратовский филиал ФГБНУ Института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук

Володин Евгений Михайлович, доктор физико-математических наук, ФГБНУ Институт вычислительной математики им. Г.И. Марчука Российской академии наук

Ведущая организация

ФГБНУ Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова Российской академии наук

Защита состоится «12» декабря 2022 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета 24.1.238.01 при Институте прикладной физики РАН (603950, г. Нижний Новгород, БОКС-120, ул. Ульянова, 46).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте <https://ipfran.ru/> ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук».

Автореферат разослан «7» ноября 2022 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор физико-математических наук



Э. Б. Абубакиров

Общая характеристика диссертации

Актуальность работы. Задачи построения математических моделей различных процессов, происходящих в природе, возникают во многих областях современной науки. При решении этих задач исследуемый процесс часто рассматривается как последовательность состояний, порожденная динамической системой (ДС). При этом предполагается, что состояние в данный момент времени может быть определено как совокупность некоторых параметров (координат), и существует закон, определяющий эволюцию состояния с течением времени. Таким образом, построение модели исследуемого процесса сводится к реконструкции ДС, которая подразумевает введение пространства координат, однозначно определяющих ее состояние (фазовое пространство), и задание оператора эволюции [1]. Широко распространенным подходом к реконструкции ДС является построение их моделей в виде уравнений «из первых принципов»¹, которые формулируются на основе известных физических законов. Альтернативным подходом является так называемое эмпирическое моделирование ДС на основе наблюдаемых данных. В общем случае при эмпирическом подходе *не предполагается наличие какой-либо информации об устройстве исследуемой системы*, которая рассматривается как «черный ящик». В ситуации, когда уравнения, лежащие в основе исследуемой ДС неизвестны, либо не могут быть применены достаточно эффективно², эмпирические методы моделирования выходят на первый план.

Настоящая диссертационная работа направлена на развитие и применение методов эмпирической реконструкции ДС в наиболее общей ситуации, характерной, в частности, для климатической системы Земли, когда наблюдаемые пространственно распределенные данные представляют собой мультимасштабный процесс, протекающий в присутствии внешних воздействий (эмиссии парниковых газов и вариации солнечной активности являются типичными примерами таких воздействий в случае климата Земли). При этом отсутствует информация как о размерности оператора эволюции, лежащего в основе данных, так и об уравнениях динамики. В такой ситуации первый необходимый шаг построения эмпирической модели – реконструкция фазового пространства по наблюдаемым данным – становится нетривиальным. Так, в случае климатических данных размерность временного ряда равна произведению числа узлов пространственной сетки на Земном шаре, в которых производится измерение, и числа измеряемых характеристик; для современных данных высокого разрешения эта величина может достигать десятков тысяч. При этом максимальная

¹Уравнения движения среды, отдельных частиц, силовых полей, переноса излучения, химической кинетики, тепло- и массопереноса и пр.

²Такая ситуация характерна для большинства природных систем – климата, живых систем, а также социоэкономических систем.

размерность восстанавливаемого по данным фазового пространства, в котором можно получить статистически обоснованную аппроксимацию оператора эволюции, сильно ограничена из-за конечной длины временного ряда. В этой связи чрезвычайно важной является задача эффективно уменьшения (редукции) размерности наблюдаемых данных с целью выделения относительно небольшого числа переменных, содержащих информацию о ключевых свойствах наблюдаемой динамики. При этом новые переменные, получаемые в ходе редукции данных, определяют, вообще говоря, лишь низкоразмерную проекцию полного фазового пространства ДС. В такой ситуации восстановление «настоящего» однозначного оператора эволюции ДС, действующего в исходном высокоразмерном фазовом пространстве становится невозможным. Кроме того, наблюдаемые временные ряды всегда измеряются с конечным шагом по времени, что приводит к потере информации о процессах с сопоставимыми (с шагом по времени) временными масштабами.

Одним из распространенных способов описания неоднозначности восстанавливаемого по данным оператора эволюции и учета влияния плохо разрешенных процессов является построение моделей оператора эволюции в виде стохастической ДС [2]. В диссертации концепция эмпирической стохастической модели, развитая в работах [3, 4], применяется в случае высокоразмерных пространственно-распределенных данных. В качестве основного инструмента редукции данных используется метод главных компонент [5]. Рассматриваются различные функциональные формы модели, включающие как стандартные линейные, так и нелинейные параметризации, допускающие, в том числе, учет внешних воздействий³ (форсингов) для анализа отклика исследуемой системы на них. Особое внимание уделяется вопросу об определении оптимальной сложности эмпирической модели, поскольку выбор той или иной параметризации модели по имеющейся выборке данных, а также введение в модель дополнительных факторов (форсингов) должны быть статистически обоснованы. Для поиска ответа на данный вопрос используются байесов формализм решения обратных задач и методы проверки статистических гипотез, суть которых подробно изложена в соответствующем разделе диссертации.

В качестве основного объекта приложения развиваемых в настоящей диссертационной работе методов эмпирического моделирования выступает явление Эль-Ниньо-Южное Колебание (ЭНЮК), которое является наиболее существенной составляющей изменчивости климата Земли на межгодовых масштабах [6, 7]. Проявляясь как сильные аномалии (отклонения от среднеклиматической нормы) поверхностной температуры воды на огромной площади в центральной и восточной части экваториального Ти-

³Под ДС с внешним воздействием понимается система, оператор эволюции которой зависит от параметров, изменяющихся с течением времени независимо от динамики системы.

хого океана, колебание Эль-Ниньо оказывает влияние на погодные условия по всему Земному шару [8–10]. Продолжающееся последние десятилетия накопление качественных данных измерений различных климатических характеристик открывает широкие возможности как для эмпирической проверки существующих концепций динамики ЭНЮК, так и для построения прогностических моделей. Эмпирические или статистические модели становятся эффективным инструментом для внутригодового прогноза ЭНЮК; в этом отношении они могут конкурировать с динамическими моделями, основанными на уравнениях из первых принципов [11]. Центральной проблемой, возникающей при внутригодовом прогнозе ЭНЮК как с помощью эмпирических, так и с помощью динамических моделей, является наличие так называемого весеннего барьера предсказуемости, который существенно ограничивает горизонт прогноза климатической динамики в тропическом Тихом океане [12–15]. К другим актуальным вопросам, касающимся динамики ЭНЮК, которые активно исследуются эмпирическими методами, можно отнести влияние на характеристики ЭНЮК (интенсивность, локализацию и пр.) естественной декадной изменчивости климата, тренда глобального потепления, вариаций солнечной активности [16–23].

Основной целью диссертации является развитие методов эмпирической реконструкции распределенных систем, эволюция которых происходит в присутствии внешних воздействий, и приложение этих методов для построения эффективных моделей динамики явления Эль-Ниньо в широком диапазоне временных масштабов. Для достижения поставленной цели в диссертации решались следующие **задачи**:

1. Разработка метода построения эмпирической модели, сочетающего редукцию наблюдаемых данных высокой размерности и реконструкцию оператора эволюции в редуцированном пространстве новых переменных; разработка методов оценки статистической обоснованности выводов, сделанных на основе эмпирической модели.

2. Поиск эффективных атмосферных и океанических предикторов, позволяющих снизить весенний барьер при эмпирическом прогнозе поверхностной температуры экваториального Тихого океана; построение на основе найденных предикторов прогностической модели внутригодовой изменчивости явления Эль-Ниньо и анализ ее предсказательной способности.

3. Анализ связей между компонентами явления Эль-Ниньо на межгодовых масштабах; построение эмпирической модели изменчивости явления Эль-Ниньо на вековых масштабах и исследование с ее помощью связи температуры поверхности экваториального Тихого океана с сигналом солнечной активности.

Научная новизна диссертационной работы состоит в следующем:

1. Предложен универсальный подход к реконструкции динамических

систем по многомерным наблюдаемым данным, основанный на построении оптимальных редуцированных стохастических моделей оператора эволюции в рамках байесова формализма решения обратных задач и с использованием методов проверки статистических гипотез на основе суррогатных данных. Возможности подхода продемонстрированы на примере построения эмпирических прогностических моделей потребительской активности населения Российской Федерации в условиях пандемии COVID-19. На основе подхода построены эмпирические модели явления Эль-Ниньо в различных диапазонах временных масштабов.

2. Выявлены новые атмосферные и океанические предикторы, учет которых в эмпирических моделях позволяет преодолеть сезонные барьеры предсказуемости характеристик явления Эль-Ниньо и существенно улучшить качество их прогноза на внутригодовых масштабах.

3. Впервые продемонстрировано, что межгодовые зависимости между аномалиями температуры поверхности и теплосодержания верхнего слоя тропического Тихого океана эволюционируют с течением времени и переходят от линейных в начале 20 века к нелинейным в современном климате.

Практическая ценность работы обусловлена тем, что (1) при активном участии автора диссертации была создана прогностическая модель явления Эль-Ниньо, которая в июне 2019 года была включена (под названием «IAP NN») в список ведущих мировых моделей Эль-Ниньо, прогноз которых публикуется институтом физики Земли при Колумбийском университете (США). Планируется дальнейшее усовершенствование этой модели с учетом полученных в диссертации результатов; (2) построенная в первой главе диссертации прогностическая модель потребительской активности населения Российской Федерации в условиях пандемии COVID-19 в настоящий момент тестируется в качестве дополнительного блока для прогноза социальной активности в агентной модели развития эпидемий, разработанной во Всероссийском научно-исследовательском институте технической физики имени академика Е. И. Забабахина (ВНИИТФ) [24]. Ожидается, что такое дополнение модели ВНИИТФ позволит улучшить ее прогностические возможности.

Положения, выносимые на защиту.

1. Развитые в диссертации методы позволяют восстанавливать эмпирические модели оператора эволюции распределенных систем, динамика которых протекает в присутствии внешних воздействий, по многомерным данным наблюдений.

2. Учет в линейной эмпирической модели, построенной по индексу явления Эль-Ниньо Niño3.4, предиктора, отражающего изменчивость крупномасштабной атмосферной циркуляции в субтропических широтах северного Тихого океана, позволяет добиться статистически значимого улучшения ее предсказательной способности на масштабах от нескольких

месяцев до одного года, в том числе при прогнозе через весенний барьер предсказуемости.

3. Эмпирические модели явления Эль-Ниньо, учитывающие предикторы, отражающие изменчивость температуры поверхности (ТПО) и теплосодержания (ТО) верхнего слоя тропического Тихого океана, как равноценные динамические переменные, имеют существенно лучшую предсказательную способность по сравнению с моделями, основанными только на ТПО (ТО), и позволяют преодолеть сезонные барьеры предсказуемости как ТПО, так и ТО.

4. Характер зависимостей между амплитудами сезонных циклов изменчивости температуры поверхности и теплосодержания верхнего слоя тропического Тихого океана переходит от линейного в начале 20 века к нелинейному в современном климате.

5. Эмпирическая модель вековой изменчивости явления Эль-Ниньо подтверждает гипотезу о противофазной зависимости индекса явления Эль-Ниньо $Nino3.4$ по отношению к индексу солнечной активности на масштабах порядка 200 лет.

6. Учет информации об интенсивности ограничительных мер, вводимых властями, в эмпирических моделях потребительской активности населения крупнейших городов Российской Федерации в условиях пандемии COVID-19 является обоснованным с точки зрения байесова критерия оптимальности и позволяет статистически значимо улучшить предсказательные способности этих моделей.

Используемые методы и степень достоверности результатов.

В ходе решения поставленных в диссертации задач использовались современные методы нелинейной динамики, теории вероятностей и математической статистики, линейной алгебры. Достоверность результатов, получаемых в ходе реализации используемых в диссертации алгоритмов построения эмпирических моделей по данным наблюдений, обуславливается корректным применением признанных численных методов, а также их валидацией на показательных примерах. Полученные в диссертации новые результаты сопоставляются с фактами и гипотезами из предшествующих работ. Демонстрируется устойчивость получаемых результатов по отношению к различным типам используемых данных.

Апробация представленных в работе результатов. Основные результаты работы докладывались на семинарах и конкурсах молодых ученых в Институте прикладной физики РАН, а также на российских и международных научных конференциях: Сессии РАН по нелинейной динамике (Москва, 2016, 2018), Всероссийской конференции молодых ученых «Состав атмосферы. Атмосферное электричество. Климатические процессы» (Нижний Новгород, 2016, Борок, 2017), Всероссийской научной школе «Нелинейные волны» (Нижний Новгород, 2016, 2018), международных симпозиумах «Забабахинские научные чтения» (Снежинск, 2021),

«Analysis of dynamic networks and data driven modelling of the climate» (Potsdam, Germany, 2015), «Science of the future» (Казань, 2016), «Frontiers of nonlinear physics» (Нижний Новгород – Санкт-Петербург, 2016), «Topical problems of nonlinear wave physics» (Москва – Санкт-Петербург, 2017), «European Geosciences Union General Assembly» (Vienna, Austria, 2016, 2018, 2021), «American Geophysical Union Fall Meeting» (New Orleans, USA, 2017), «Fourth International Conference on Earth System Modelling» (Hamburg, Germany, 2017), «JpGU-AGU Joint Meeting» (Makuhari Messe, Japan, 2017), «Dynamics Days» (MD – Maryland, USA, 2017), «IUGG Conference on mathematical geophysics» (Нижний Новгород, 2018).

Результаты, представленные в диссертации, рекомендованы в Отчеты РАН за 2018 и 2021 годы. По теме диссертации опубликовано 33 работы, в том числе 6 статей в рецензируемых научных журналах из списка ВАК [A1–A6], 4 свидетельства о регистрации программы для ЭВМ [A7–A10], 2 работы в сборниках трудов конференций [A11, A12] и 21 тезисов и абстракттов.

Личный вклад автора. Все результаты, представленные в диссертации, получены либо лично автором, либо при его непосредственном участии. В частности, при построении эмпирической модели потребительской активности населения в условиях пандемии COVID-19 автором было предложено учитывать в ней в качестве внешнего воздействия информацию об интенсивности вводимых властями ограничительных мер, и найдены индексы, отражающие эти ограничения. Исследования данных теплосодержания тропического Тихого океана с целью учета содержащейся в них информации в эмпирической модели явления Эль-Ниньо были инициированы и проведены автором. Автор самостоятельно выполнил большинство присутствующих в работе численных расчетов, а также построил соответствующие рисунки и графики.

Краткое содержание диссертации

Во введении дается обзор современного состояния рассматриваемых в диссертации проблем, обосновываются актуальность диссертационного исследования и его практическая значимость, формулируются цели и задачи работы, кратко излагается ее содержание.

В первой главе диссертационной работы излагается метод построения стохастической модели оператора эволюции по многомерному временному ряду наблюдаемых данных. Рассматриваются различные функциональные формы модели, поясняется смысл каждого из структурных параметров, соответствующих выбранной функциональной форме. Отдельный раздел главы посвящен описанию методов, используемых для оценки статистической обоснованности результатов, полученных на основе эмпи-

рической модели. Материалы данной главы изложены в статьях [A1–A3].

В разделе 1.1 сформулированы проблемы, которые решаются в данной главе диссертации, и приводится ее структура.

В разделе 1.2 происходит постановка задачи построения эмпирической стохастической модели оператора эволюции. В параграфе 1.2.1 приведен общий вид модели. Пусть имеющийся временной ряд данных $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N)$ представляет собой набор векторов $\mathbf{x}_n \in \mathbb{R}^D$, каждый из которых содержит измерения некоторой физической величины в один из N эквидистантных моментов времени t_1, \dots, t_N . Исходя из предположения о том, что данные \mathbf{X} порождены динамической системой (ДС), модель оператора эволюции по ним строится в виде стохастического процесса [3, 4]:

$$\mathbf{y}_n = \mathbf{f}(\mathbf{y}_{n-1}, \dots, \mathbf{y}_{n-l}) + \widehat{\mathbf{g}} \cdot \boldsymbol{\xi}_n, \quad (1)$$

где $\mathbf{Y} = (\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_N)$, $\mathbf{y}_n \in \mathbb{R}^d$ – фазовые переменные *модели* оператора эволюции исследуемой ДС, которые сконструированы по данным \mathbf{X} . Детерминированная часть модели \mathbf{f} представляет собой дискретное отображение, которое зависит от l последовательных состояний в фазовом пространстве. Стохастическая часть модели описывает вклад процессов с малым временем автокорреляции, которые плохо разрешаются в наблюдаемых данных (например, процессов, масштабы которых близки к шагу дискретизации данных по времени). Она выражается в виде произведения нижнетреугольной $d \times d$ матрицы $\widehat{\mathbf{g}}$ и вектора $\boldsymbol{\xi}_n \in \mathbb{R}^d$, компоненты которого представляют собой реализации гауссовых случайных некоррелированных (в пространстве и времени) процессов с нулевыми средними и единичными дисперсиями.

В параграфе 1.2.2 представлены типы параметризаций детерминированной части модели, которые используются в диссертации. Линейная параметризация:

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}_n) = \mathbf{A}_n \mathbf{z}_n + \mathbf{B}_n \mathbf{c}_n, \quad (2)$$

где вектор $\mathbf{z}_n \in \mathbb{R}^{ld}$ содержит компоненты векторов $\mathbf{y}_{n-1}, \dots, \mathbf{y}_{n-l}$, вектор $\mathbf{c}_n \in \mathbb{R}^{d_c}$ характеризует возможное внешнее воздействие (предполагается, что временной ряд этого воздействия известен) на реконструируемую ДС, \mathbf{A}_n и \mathbf{B}_n – матрицы коэффициентов размером $d \times ld$ и $d \times d_c$ соответственно, которые могут зависеть от момента времени t_n . Нелинейная параметризация в виде трехслойного персептрона (вид искусственных нейронных сетей, обладающий свойством универсального аппроксиматора):

$$\mathbf{f}(\mathbf{z}_n) = \sum_{i=1}^m \alpha_i \tanh(\boldsymbol{\omega}_i^T \mathbf{z}_n + \boldsymbol{\delta}_i^T \mathbf{c}_n + \gamma_i), \quad (3)$$

где $\alpha_i \in \mathbb{R}^d$, $\boldsymbol{\omega}_i \in \mathbb{R}^{ld}$, $\boldsymbol{\delta}_i \in \mathbb{R}^{d_c}$, $\gamma_i \in \mathbb{R}$ – коэффициенты.

Функции (2)–(3) характеризуются набором структурных параметров или гиперпараметров. В случае линейной параметризации (2) таким гиперпараметром является глубина памяти l . В случае нелинейной параметризации (3) к нему добавляется еще один гиперпараметр – m , задающий число нейронов в скрытом слое персептрона. Значения гиперпараметров определяют число параметров модели, а следовательно – ее сложность и аппроксимационные способности. Таким образом, вопрос о выборе оптимальной сложности модели по имеющейся выборке данных является ключевым при реконструкции неизвестной ДС с помощью предложенной модели.

В разделе 1.3 дается ответ на этот вопрос на основе вероятностного байесова подхода. В рамках данного подхода задача поиска оптимальной эмпирической модели сводится к одной из известных задач математической статистики – определению неизвестных параметров распределения по имеющейся выборке данных. Предполагается, что оптимальная модель, построенная по данным, представляет собой разумный баланс между «слишком простой» моделью, плохо описывающей данные, и «слишком сложной» моделью, которая содержит неоправданно большое количество параметров и имеет тенденцию к тому, чтобы максимально точно описать конкретную выборку, а не захватить законы, лежащие в основе наблюдаемой динамики. В начале параграфа 1.3.1 вводится байесов критерий оптимальности модели:

$$L = -\ln P(\mathbf{Y}|H_i), \quad (4)$$

где условная плотность вероятности (ПВ) $P(\mathbf{Y}|H_i)$ называется байесовой обоснованностью [25] модели H_i (заданной конкретной комбинацией гиперпараметров) и характеризует вероятность того, что временной ряд \mathbf{Y} принадлежит ансамблю всевозможных временных рядов, который может быть получен с помощью модели H_i . Выражение для ПВ $P(\mathbf{Y}|H_i)$ получается путем интегрирования соответствующей функции правдоподобия $P(\mathbf{Y}|\boldsymbol{\mu}_f, \boldsymbol{\mu}_{\hat{g}}, H_i)$ по априорной вероятностной мере $P(\boldsymbol{\mu}_f, \boldsymbol{\mu}_{\hat{g}}|H_i)d\boldsymbol{\mu}_f d\boldsymbol{\mu}_{\hat{g}}$, введенной в пространстве параметров модели [25]:

$$P(\mathbf{Y}|H_i) = \int P(\mathbf{Y}|\boldsymbol{\mu}_f, \boldsymbol{\mu}_{\hat{g}}, H_i) \cdot P(\boldsymbol{\mu}_f, \boldsymbol{\mu}_{\hat{g}}|H_i)d\boldsymbol{\mu}_f d\boldsymbol{\mu}_{\hat{g}}, \quad (5)$$

где векторы $\boldsymbol{\mu}_f, \boldsymbol{\mu}_{\hat{g}}$ содержат параметры детерминированной и стохастической части модели (1) соответственно. В конце параграфа 1.3.1 приводится явное выражение для функции правдоподобия модели $P(\mathbf{Y}|\boldsymbol{\mu}_f, \boldsymbol{\mu}_{\hat{g}}, H_i)$, а также обсуждается смысл априорной ПВ $P(\boldsymbol{\mu}_f, \boldsymbol{\mu}_{\hat{g}}|H_i)$ параметров модели, направленной на регуляризацию решения обратной задачи реконструкции.

В параграфе 1.3.2 излагается алгоритм построения оптимальной модели на основе байесова критерия (4), в основе которого лежит приближен-

ное вычисление интеграла (5) в окрестности максимума подынтегрального выражения.

В параграфе 1.3.3 представлены методы оценки статистической значимости результатов, получаемых на основе эмпирической модели, которые используются в диссертации совместно с байесовым критерием (4).

В разделе 1.4 возможности развиваемых методов реконструкции демонстрируются на примере построения эмпирических прогностических моделей потребительской активности общества в условиях пандемии COVID-19. В параграфе 1.4.1 описан метод главных компонент [5], который используется в диссертации для эффективной редукции наблюдаемых данных высокой размерности, направленной на построение фазовых переменных эмпирической модели оператора эволюции. Основная идея данного метода состоит в том, что исходные данные высокой размерности $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N)$ линейно проектируются на направления, задаваемые собственными векторами (называемыми также эмпирическими ортогональными функциями – ЭОФ) ковариационной матрицы $\mathbf{C}_\mathbf{X} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^T$.

Получаемые таким образом новые переменные называются главными компонентами (ГК) и представляют собой некоррелирующие во времени временные ряды. Такой ортогональный поворот исходных данных \mathbf{X} направлен на то, чтобы временной ряд каждой из получаемых ГК захватывал как можно большую часть полной вариации⁴ данных, которая совпадает с соответствующим собственным значением ковариационной матрицы. Редукция размерности данных на основе такой процедуры заключается в том, что после поворота данных для дальнейшего анализа используются лишь первые $d < D$ ГК, которые захватывают основную часть вариации наблюдаемых данных. Таким образом, построение эмпирической модели (1) происходит в d -мерном фазовом пространстве ведущих ГК, описывающих процессы, которые вносят основной энергетический вклад (в смысле захваченной вариации) в данные на рассматриваемых временных масштабах.

В параграфе 1.4.2 описаны результаты, полученные при построении эмпирических моделей по временным рядам потребительской активности от банка Tinkoff (<https://www.tinkoff.ru/>) на интервале с января 2019 года по июль 2021 года в 6 крупнейших городах Российской Федерации – Москве, Нижнем Новгороде, Калининграде, Екатеринбурге, Новосибирске, Хабаровске. Установлено, что в основе динамики потребительской активности лежит более сложная, чем тривиальный красношумовой процесс, динамическая модель. Показано, что учет в эмпирической динамической модели в качестве внешнего воздействия информации об интенсивности огра-

⁴Под вариацией временного ряда здесь и далее понимается средний квадрат отклонения принимаемых им значений от его среднего значения. Под вариацией многомерного временного ряда понимается сумма вариаций составляющих его временных рядов.

ничительных мер, вводимых властями, является обоснованным с точки зрения выбранной ценовой функции – байесова критерия оптимальности и статистически значимо улучшает ее предсказательные способности. При этом наиболее восприимчивыми к влиянию ограничений оказываются категории активности, связанные со сферой передвижений. Рассмотренный в данном параграфе пример подчеркивает универсальность разрабатываемых в диссертации методов эмпирической реконструкции и возможность их применения для реконструкции ДС различной природы.

Во второй главе диссертации разработанные методы эмпирического моделирования применяются для построения прогностической модели явления Эль-Ниньо–Южное Колебание (ЭНЮК) на внутригодовых масштабах. Решение задачи эффективного внутригодового прогноза связанной с ЭНЮК изменчивости температуры поверхности (ТПО) тропического Тихого океана существенно осложняется вследствие существования так называемого весеннего барьера предсказуемости. В главе демонстрируется, что обоснованный учет в эмпирической модели дополнительных (помимо ТПО) атмосферных и океанических предикторов, которые находятся исходя из современных представлений о физике явления Эль-Ниньо, позволяет частично преодолеть проблему весеннего барьера и существенно улучшить предсказательные способности модели. Представленные в данной главе результаты опубликованы в статьях [А4, А6].

В Разделе 2.1 кратко формулируются задачи, решаемые в главе.

Раздел 2.2 посвящен поиску атмосферных переменных – предикторов ЭНЮК путем анализа пространственно распределенных данных давления на уровне моря (ДУМ). В параграфе 2.2.1 выполняется совместный корреляционный анализ данных ТПО и ДУМ. В ходе анализа установлено, что существует выделенный регион в районе Гавайев, в котором достигаются наиболее значимые корреляции между усредненными за февраль-март аномалиями ДУМ и предстоящим циклом ЭНЮК на протяжении всех последующих месяцев с июня по май следующего года. На основании этого определяется атмосферный предиктор явления Эль-Ниньо – Гавайский индекс (Hawaiian index – HI) как среднее за февраль-март значение аномалий ДУМ в регионе 13° с.ш. - 19° с.ш., 150° з.д. - 160° з.д. Путем анализа композитных распределений ДУМ устанавливается, что найденный индекс HI может характеризовать линейную составляющую взаимодействия между зимне-весенним паттерном Тихоокеанско-североамериканской дальней связи [26] и циклом ЭНЮК посредством механизма следа ТПО, описанного в [27].

В параграфе 2.2.2 строятся оптимальные эмпирические модели индекса Niño3.4 вида (1) с учетом и без учета индекса HI в качестве внешнего воздействия (форсинга), а также исследуются предсказательные способности этих моделей. Детерминированная часть модели задавалась в виде линейной функции (2), коэффициенты которой являлись периодически-

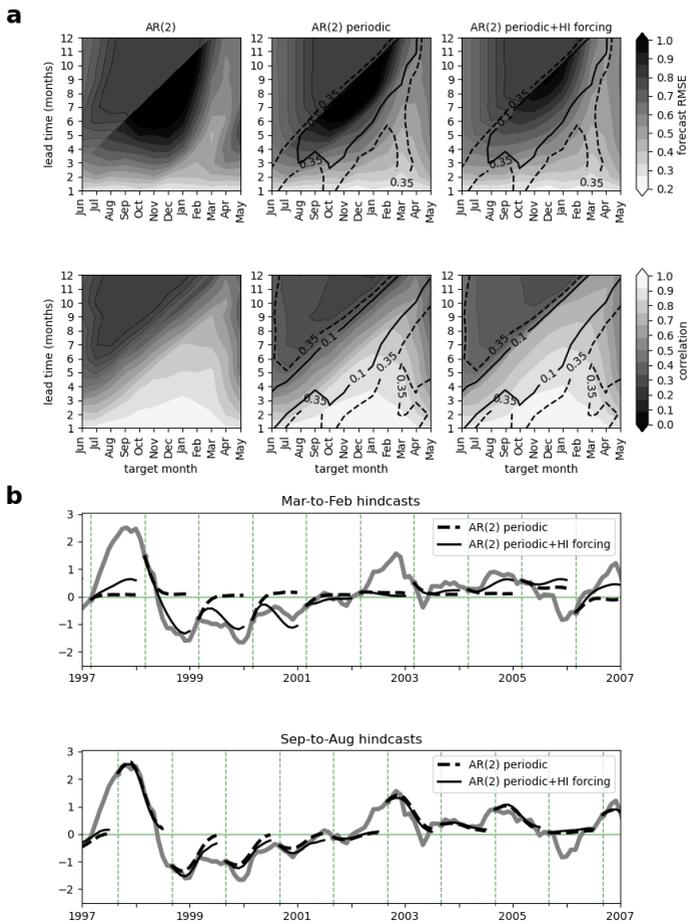


Рис. 1: (a) Предсказательная способность различных моделей индекса Niño3.4 в плоскостях прогнозируемый месяц – дальность прогнозирования. Верхняя панель – квадратный корень из среднеквадратичной ошибки прогноза, нижняя – коэффициент корреляции прогноза и наблюдений. Слева направо: линейная модель с постоянными коэффициентами без учета форсинга HI ($l = 2, q = 0$); модель с периодической зависимостью коэффициентов, но без учета форсинга HI ($l = 2, q = 1$); оптимальная модель с учетом обоих факторов ($l = 2, q = 1$). Линиями нанесены уровни значимого улучшения прогноза оптимальной модели по отношению к модели, учитывающей только периодическую зависимость коэффициентов. (b) Примеры ретроспективных прогнозов (медианы большого ансамбля прогнозных реализаций) моделей с форсингом и без для двух разных сезонов.

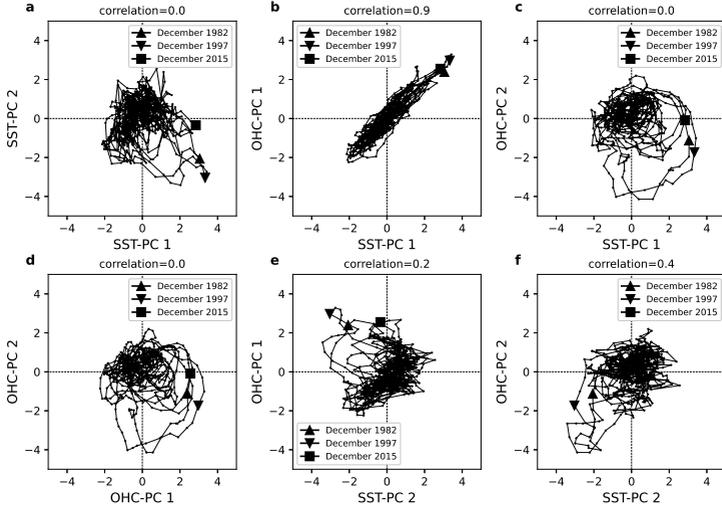


Рис. 2: Зависимости между ведущими ГК аномалий ТПО и ТО. (а) ГК-1 и ГК-2 ТПО, (b) ГК-1 ТПО и ГК-1 ТО, (c) ГК-1 ТПО и ГК-2 ТО, (d) ГК-1 и ГК-2 ТО, (e) ГК-2 ТПО и ГК-1 ТО, (f) ГК-2 ТПО и ГК-2 ТО. Метки соответствуют декаблям тех лет, когда происходили экстремально сильные события Эль-Ниньо (согласно классификации <https://ggweather.com/enso/oni.htm>). Временные ряды всех ГК нормированы на свое среднеквадратичное отклонение. Абсолютные значения коэффициента корреляции Пирсона между временными рядами ГК показаны в заголовках к рисункам.

ми функциями с периодом $T = 12$ месяцев и представлялись в виде дискретного ряда Фурье:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_n &= \mathbf{A}^0 + \sum_{k=1}^q \left[\mathbf{A}_c^k \cos \frac{2\pi k}{12} n + \mathbf{A}_s^k \sin \frac{2\pi k}{12} n \right], \\ \mathbf{B}_n &= \mathbf{B}^0 + \sum_{k=1}^q \left[\mathbf{B}_c^k \cos \frac{2\pi k}{12} n + \mathbf{B}_s^k \sin \frac{2\pi k}{12} n \right], \end{aligned} \quad (6)$$

где q принимает целые значения от 1 до 6 ($\mathbf{A}_s^6, \mathbf{B}_s^6 = \mathbf{0}$ по определению; случай $q = 0$ соответствует обычной линейной модели с постоянными коэффициентами $\mathbf{A}_n = \mathbf{A}^0, \mathbf{B}_n = \mathbf{B}^0$) и определяет возможную зависимость модели от различных гармоник сезонного хода. Показано, что учет в линейной модели как периодической зависимости ее коэффициентов, так и форсинга НИ является статистически обоснованным с точки зрения

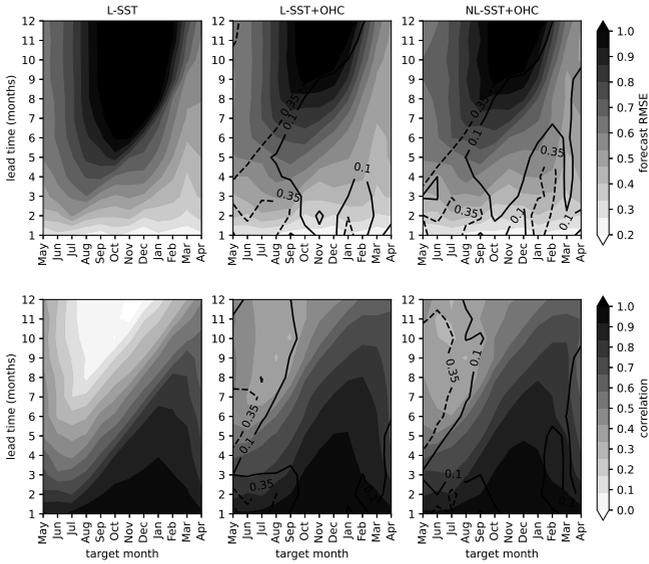


Рис. 3: Предсказательная способность различных моделей для индекса Niño3.4. Верхняя панель – квадратный корень из среднеквадратичной ошибки прогноза, нижняя – коэффициент корреляции прогноза и наблюдений. Слева направо: линейная модель, основанная только на индексе ТПО ($l = 2, q = 1$); совместная линейная модель, основанная на индексах ТПО и ТО ($l = 2, q = 1$); совместная нелинейная модель ($l = 2, m = 5$). Контурные в центральном и правом столбце ограничивают области статистически значимого улучшения качества прогноза совместных моделей, по отношению к прогнозу модели, основанной только на ТПО.

критерия (4). При этом добавление форсинга НИ в модель позволяет существенно улучшить дальние прогнозы на времена предсказания более 4 месяцев. На основе анализа ретроспективных прогнозов эмпирических моделей с форсингом и без для разных сезонов делается вывод о том, что если прогноз начинается накануне наступления весеннего барьера (весной), модель без учета форсинга имеет тенденцию к неинформативному предсказанию нейтральных (нулевых) значений индекса Niño3.4 после весеннего барьера, в то время как модель с учетом форсинга правильно захватывает тенденции к развитию положительных (Эль-Ниньо) либо отрицательных (Ла-Нинья) значений индекса.

В разделе 2.3 выявляется новый океанический предиктор ЭНЮК

на основе данных теплосодержания (ТО) верхнего (0–300 м) слоя тропического Тихого океана. В параграфе 2.3.1 в ходе ЭОФ-разложения пространственно распределенных данных ТПО и ТО получено, что в обоих случаях две главных ЭОФ описывают основную часть (более 70 %) их полной вариации. При этом ГК первых ЭОФ аномалий ТПО (ГК-1 ТПО) и ТО (ГК-1 ТО) сильно коррелируют (рисунок 2, b), т.е. содержат идентичную информацию о динамике ЭНЮК. Качественно другие зависимости были выявлены между ГК-1 ТПО и ГК второй ЭОФ ТО (ГК-2 ТО) (рисунок 2, c), а также ГК-1 и ГК-2 ТО (рисунок 2, d). Эти зависимости демонстрируют характерную циклическую структуру, которая указывает на фазовый сдвиг между соответствующими временными рядами ГК. Сильные события Эль-Ниньо/Ла-Нинья проявляются в данных зависимостях в виде круговых орбит (циклов) большего радиуса. В ходе анализа лаговых корреляций установлено, что максимальные абсолютные значения корреляций между ГК-1 ТПО и ГК-2 ТО достигаются при их относительном сдвиге на 5–9 месяцев. Выявленные циклические связи между временными рядами ГК-1 ТПО и ГК-2 ТО и структуры соответствующих им пространственных паттернов согласуются с известной концепцией «перезаряжающегося» осциллятора [28], в рамках которой динамика ЭНЮК описывается моделью в виде классического двумерного линейного осциллятора с затуханием, фазовыми переменными которого являются ТПО в восточной части Тихого океана и зонально усредненная глубина залегания термоклина.

В параграфе 2.3.2 временные ряды (индексы) ГК-1 ТПО и ГК-2 ТО используются в качестве фазовых переменных при построении эмпирической модели (1). Анализируются предсказательные способности индивидуальных (основанных только на индексах ТПО либо ТО) и совместных эмпирических моделей, как линейных так и нелинейных. Показано, что совместные модели, учитывающие ГК-1 ТПО и ГК-2 ТО как равноценные динамические переменные, имеют существенно лучшую предсказательную способность по сравнению с моделями, основанными только на ТПО (ТО), и позволяют преодолеть сезонные (весенний в индексе ТПО и зимний в индексе ТО) барьеры предсказуемости. При этом прогностические способности совместных линейной и нелинейной моделей практически не отличаются, что может свидетельствовать о том, что учет нелинейности в эмпирических прогностических моделях ЭНЮК не играет роли на внутригодовых масштабах.

Третья глава диссертации посвящена эмпирическому исследованию низкочастотной – межгодовой и вековой – изменчивости явления ЭНЮК. Результаты, представленные в главе, опубликованы в статьях [А5, А6].

В разделе 3.1 обсуждаются задачи, решаемые в главе, и приводится ее структура.

В разделе 3.2 исследуется характер связей между компонентами

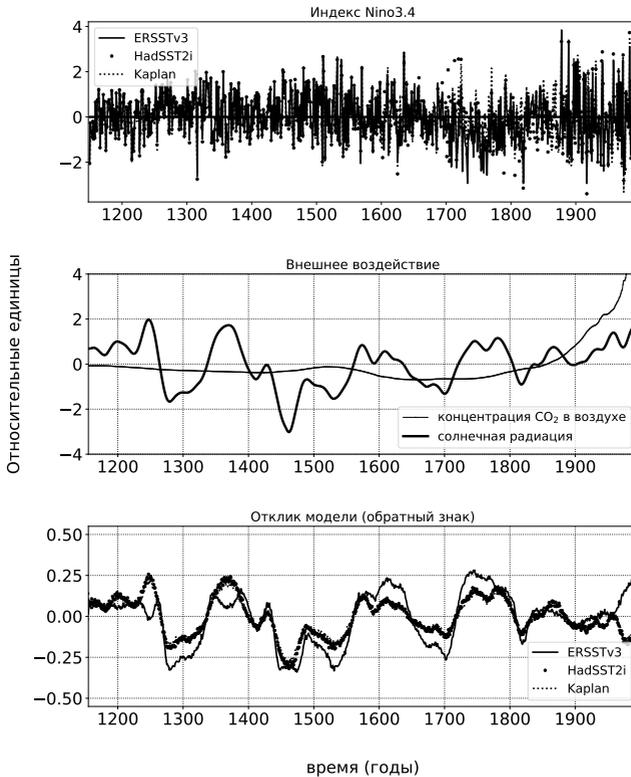


Рис. 4: Верхняя панель – временные ряды индексов Niño3.4, реконструированные в работе [22] по палеоклиматическим прокси с использованием трех различных баз данных реанализа ТПО. Средняя панель – временные ряды индекса солнечной активности и общего содержания CO₂ атмосфере, которые использовались в качестве форсингов при построении эмпирических моделей. Нижняя панель – средние по ансамблям из 10000 случайных реализаций эмпирических моделей, построенных по временным рядам индексов Niño3.4 с верхней панели.

ЭНЮК на межгодовых масштабах начиная с 1960 года. В параграфе 3.2.1 предложена интерпретация сезонных барьеров предсказуемости – весеннего в данных аномалий ТПО и зимнего в данных аномалий ТО верхнего слоя экваториального Тихого океана – на основе выделения

сезонных циклов изменчивости этих ключевых характеристик явления Эль-Ниньо. Показано, что межгодовые зависимости между амплитудами этих циклов являются существенно нелинейными.

В параграфе 3.2.2 проанализирована эволюция характера выявленных межгодовых зависимостей в системе ЭНЮК. Показано, что структура этих зависимостей с течением времени переходит от линейной в начале 20 века к нелинейной в современном климате. Делается вывод, что данный переход может быть связан с наблюдаемым увеличением числа экстремальных событий Эль-Ниньо во второй половине 20 века.

Раздел 3.3 посвящен эмпирическому исследованию отклика ЭНЮК на вариации солнечной активности на столетних масштабах. В параграфе 3.3.1 обсуждается концепция океанского динамического термостата [29], согласно которой усиление солнечной активности приводит к преобладанию холодной фазы Ла-Нинья в динамике ЭНЮК, в то время как ее ослабление, наоборот, способствует преобладанию теплой фазы Эль-Ниньо. Данная концепция о противофазной зависимости динамики ЭНЮК по отношению к вариациям солнечной активности была подтверждена в работе [22] на основе анализа временных рядов индексов Эль-Ниньо Niño3.4 с помощью кросс-вейвлет-преобразования и методов оценки фазовой вейвлет-когерентности на временном интервале, охватывающем последние 850 лет.

В параграфе 3.3.2 предпринимается попытка проверить достоверность сделанных в работе [22] выводов путем построения эмпирической модели вида (1) с добавлением форсингов, характеризующих вариации солнечной активности и общее содержание CO₂ в атмосфере (рисунок 4). При этом в качестве данных при построении эмпирической модели использовались те же временные ряды индексов Niño3.4 и индекса солнечной активности, что и в работе [22]. Показано, что использование сигнала, характеризующего вариации солнечной активности в комбинации с сигналом, отражающим содержание углекислого газа в атмосфере, в качестве двумерного форсинга модели является обоснованным с точки зрения байесова критерия оптимальности модели. С помощью построенной модели подтверждена противофазная зависимость индекса солнечной активности с индексом явления Эль-Ниньо Niño3.4 на масштабах порядка 200 лет.

В заключении приведены основные результаты диссертации:

1. Разработан подход к реконструкции динамических систем (ДС) по многомерным данным наблюдений, который включает в себя два основных шага: редукцию исходных данных для определения набора фазовых переменных и построение в получаемом фазовом пространстве модели оператора эволюции в виде стохастической ДС. Рассмотрены различные типы параметризации модели оператора эволюции, допускающие учет внешних воздействий (форсингов) для анализа отклика исследуемой системы на них. Развита методика оценки оптимальной сложности эмпирической

модели по имеющимся данным в рамках байесова формализма решения обратных задач и с использованием методов проверки статистических гипотез на основе суррогатных данных.

2. Эффективность разработанного подхода продемонстрирована на примере построения эмпирических моделей потребительской активности населения крупнейших городов Российской Федерации в условиях пандемии COVID-19. Получено, что учет в эмпирических моделях в качестве внешнего воздействия информации об интенсивности ограничительных мер, вводимых властями, является статистически обоснованным и позволяет значительно улучшить их предсказательные способности для отдельных категорий потребительской активности во всех рассмотренных городах.

3. На основе анализа данных давления на уровне моря (ДУМ) определен индекс, который отражает состояние субтропической атмосферной циркуляции в зимне-весенний сезон (февраль-март) и имеет статистически значимые длинные корреляции с колебанием Эль-Ниньо в предстоящий период с июня текущего года по май следующего года. Показано, что учет найденного предиктора в качестве форсинга в линейной эмпирической модели индекса явления Эль-Ниньо $Nino3.4$ позволяет добиться статистически значимого улучшения ее предсказательной способности на масштабах от нескольких месяцев до одного года, в том числе при прогнозе через весенний барьер предсказуемости.

4. Проведен совместный анализ пространственно распределенных данных температуры поверхности (ТПО) и теплосодержания верхнего слоя (ТО) экваториального Тихого океана. По данным ТПО выявлен индекс, который описывает связанную с Эль-Ниньо изменчивость экваториального Тихого океана и имеет высокую корреляцию с традиционным индексом $Nino3.4$. По данным ТО определен индекс, который может характеризовать процессы накопления и разгрузки подповерхностных теплых вод в центральной и западной части Тихого океана, которые являются ключевой составляющей цикла колебания Эль-Ниньо. Установлено, что в отличие от традиционных индексов Эль-Ниньо на основе ТПО найденный индекс ТО характеризуется зимним барьером предсказуемости.

5. Проанализированы предсказательные способности индивидуальных и совместных эмпирических моделей ТПО и ТО, как линейных так и нелинейных. Показано, что совместные модели, учитывающие найденные индексы как равноценные динамические переменные, имеют существенно лучшую предсказательную способность по сравнению с моделями, основанными только на ТПО (ТО), и позволяют преодолеть сезонные (весенний в индексе ТПО и зимний в индексе ТО) барьеры предсказуемости. Установлено, что прогностические способности совместных линейной и нелинейной моделей практически не отличаются, что свидетельствует о том, что учет нелинейности в эмпирических прогностических моделях явления Эль-Ниньо не играет роли на внутритроговых масштабах.

6. На основе найденных индексов проанализированы связи между амплитудами сезонных циклов ТПО и ТО. Показано, что структура этих связей с течением времени переходит от линейной в начале 20 века к нелинейной в современном климате, что может быть связано с наблюдаемым увеличением числа экстремальных событий Эль-Ниньо во второй половине 20 века.

7. Построена эмпирическая модель вековой изменчивости явления Эль-Ниньо. Установлено, что использование сигнала, характеризующего вариации солнечной активности в комбинации с сигналом, отражающим содержание углекислого газа в атмосфере, в качестве двумерного форсинга модели является обоснованным с точки зрения байесова критерия оптимальности. С помощью построенной модели подтверждена противofазная зависимость индекса солнечной активности с индексом явления Эль-Ниньо $Nino3.4$ на масштабах порядка 200 лет.

Список основных публикаций по теме диссертации

- [A1] *Gavrilov A.S., Seleznev A.F., Mukhin D.N., Loskutov E.M., Feigin A.M., Kurths J.* Linear dynamical modes as new variables for data-driven ENSO forecast // *Climate Dynamics*. — 2019. — feb. — Vol. 52, no. 3-4. — Pp. 2199–2216.
- [A2] *Селезнев А.Ф., Гаврилов А.С., Мухин Д.Н., Лоскутов Е.М., Фейгин А.М.* Моделирование сложных систем по наблюдаемым данным на основе рекуррентных искусственных нейонных сетей // *Известия ВУЗов. Радиофизика*. — 2018. — Vol. 61, no. 12. — Pp. 1005–1021.
- [A3] *Seleznev Aleksei, Mukhin Dmitry, Gavrilov Andrey, Loskutov Evgeny, Feigin Alexander.* Bayesian framework for simulation of dynamical systems from multidimensional data using recurrent neural network // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. — 2019. — Vol. 29, no. 12. — P. 123115.
- [A4] *Mukhin Dmitry, Gavrilov Andrey, Seleznev Aleksei, Buyanova Maria.* An Atmospheric Signal Lowering the Spring Predictability Barrier in Statistical ENSO Forecasts // *Geophysical Research Letters*. — 2021. — Vol. 48, no. 6. — Pp. 1–10.
- [A5] *Мухин Д. Н. Селезнев А. Ф. Гаврилов А. С. Фейгин А. М.* Оптимальные эмпирические модели динамических систем с внешними воздействиями: общий подход и примеры из климата // *Известия ВУЗов. Прикладная нелинейная динамика*. — 2021. — Vol. 29, no. 4. — Pp. 571–602.
- [A6] *Seleznev Aleksei, Mukhin Dmitry.* Improving statistical prediction and revealing nonlinearity of ENSO using observations of ocean heat content

- in the tropical Pacific // *Climate Dynamics*. — 2021. — no. 0123456789.
- [A7] *Селезнев А.Ф., Гаврилов А.С., Мухин Д.Н., Лоскутов Е.М.* Программа для расчета прогностической модели оператора эволюции в форме комплекснозначной искусственной нейронной сети. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2016661423. Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 10 октября 2016 г.
- [A8] *Селезнев А.Ф., Гаврилов А.С., Мухин Д.Н., Лоскутов Е.М.* Программа для расчета Байесовой обоснованности модели оператора эволюции в форме комплекснозначной искусственной нейронной сети. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2017660391. Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 21 сентября 2017 г.
- [A9] *Гаврилов А.С., Мухин Д.Н., Лоскутов Е.М., Селезнев А.Ф.* Программа для расчета прогностической эмпирической модели оператора эволюции по многомерному временному ряду с учетом его гладкости. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2017660485. Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 22 сентября 2017 г.
- [A10] *Селезнев А.Ф., Гаврилов А.С.* Программа для построения байесовой линейной стохастической модели оператора эволюции с периодическими коэффициентами. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2021610487. Зарегистрировано в реестре программ для ЭВМ 14 января 2021 г.
- [A11] *Seleznev A.F., Gavrilo A.S., Mukhin D.N.* Empirical complex-valued ANN-based model for ENSO forecast // *Proceedings: Frontiers of nonlinear physics (FNP-2016)*. — 2016. — Pp. 184–185.
- [A12] *Фейгин А.М., Гаврилов А.С., Лоскутов Е.М., Мухин Д.Н., Селезнев А.Ф.* Нелинейные динамические моды: метод эмпирической реконструкции сложных систем // <<Нелинейные волны> - 2018>>. — Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2019. — Pp. 193–224.

Список цитированной литературы

- [1] *Анищенко В.С., Вадивасова Т.Е. Астахов В.В.* Нелинейная динамика хаотических и стохастических систем. — Саратов: Изд. Саратовского университета, 1999. — 368 С.
- [2] *Arnold Ludvig.* Random Dynamical Systems. Springer Monographs in Mathematics. — Berlin: Springer-Verlag, 1998.
- [3] *Molokov Y I, Loskutov E M, Mukhin D N, Feigin A M.* Random dynamical models from time series // *Physical Review E*. — 2012. — mar. — Vol. 85, no. 3. — P. 36216.

- [4] *Gavrilov Andrey, Loskutov Evgeny, Mukhin Dmitry.* Bayesian optimization of empirical model with state-dependent stochastic forcing // *Chaos, Solitons and Fractals.* — 2017. — Vol. 104. — Pp. 327–337.
- [5] *Jolliffe I T.* Principal Component Analysis. Springer Series in Statistics. — 2nd edition. — New York, NY: Springer New York, 1986. — P. 271.
- [6] *Trenberth Kevin E.* The Definition of El Niño // *Bulletin of the American Meteorological Society.* — 1997. — Vol. 78, no. 12. — Pp. 2771–2777.
- [7] *Петросяни М.А., Семенов Е.К., Гуцина Д.Ю., Соколкина Е.В., Соколкина Н.Н.* Циркуляция атмосферы в тропиках: Климат и изменчивость. — Москва: МАКС Пресс, 2005. — 670 С.
- [8] *Trenberth Kevin E.* El Niño southern oscillation (ENSO) // *Encyclopedia of Ocean Sciences.* — 2019. — no. March. — Pp. 420–432.
- [9] *Alexander Michael A, Bladé Ileana, Newman Matthew, Lanzante John R, Lau Ngai-Cheung, Scott James D.* The Atmospheric Bridge: The Influence of ENSO Teleconnections on Air–Sea Interaction over the Global Oceans // *Journal of Climate.* — 2002. — Vol. 15, no. 16. — Pp. 2205–2231.
- [10] *Осинов А.М., Гуцина Д.Ю.* Эль-Ниньо 2015/2016 гг.: Эволюция, механизмы, сопутствующие удаленные аномалии // *Фундаментальная и прикладная климатология.* — 2018. — Вып. 3. — С. 54–81.
- [11] *Barnston Anthony G., Tippett Michael K., L’Heureux Michelle L., Li Shuhua, Dewitt David G.* Skill of real-time seasonal ENSO model predictions during 2002–11: Is our capability increasing? // *Bulletin of the American Meteorological Society.* — 2012. — Vol. 93, no. 5. — Pp. 631–651.
- [12] *Wright Peter B.* Persistence of rainfall anomalies in the central Pacific // *Nature.* — 1979. — Vol. 277, no. 5695. — Pp. 371–374.
- [13] *Webster Peter J, Yang Song.* Monsoon and Enso: Selectively Interactive Systems // *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society.* — 1992. — Vol. 118, no. 507. — Pp. 877–926.
- [14] *McPhaden Michael J.* Tropical Pacific Ocean heat content variations and ENSO persistence barriers // *Geophysical Research Letters.* — 2003. — Vol. 30, no. 9.
- [15] Current status of ENSO prediction skill in coupled ocean-atmosphere models / Emilia K. Jin, James L. Kinter, B. Wang, C. K. Park, I. S. Kang, B. P. Kirtman, J. S. Kug, A. Kumar et al. // *Climate Dynamics.* — 2008. — Vol. 31, no. 6. — Pp. 647–664.
- [16] *McPhaden M J, Lee T, McClurg D.* El Niño and its relationship to changing background conditions in the tropical Pacific Ocean // *Geophysical Research Letters.* — 2011. — Vol. 38, no. 15.
- [17] *Yeh Sang-Wook, Kug Jong-Seong, Dewitte Boris, Kwon Min-Ho, Kirtman Ben P, Jin Fei-Fei.* El Niño in a changing climate // *Nature.* — 2009. — Vol. 461, no. 7263. — Pp. 511–514.

- [18] *Yeh Sang-Wook, Kirtman Ben P, Kug Jong-Seong, Park Wonsun, Latif Mojib.* Natural variability of the central Pacific El Niño event on multi-centennial timescales 2011. — Vol. 38, no. 2. — P. L02704.
- [19] *И.И. Мохов, Д.А. Смирнов.* Исследование взаимного влияния процессов Эль-Ниньо - Южное колебание и Северо-Атлантического и Арктического колебаний // *Известия РАН. Физика атмосферы и океана.* — 2006. — Вып. 42, №. 5. — С. 650–667.
- [20] *Матвеева Т.А., Гущина Д.Ю.* Изменения характеристик центрально-тихоокеанского и восточно-тихоокеанского Эль-Ниньо в условиях потепления климата (по результатам экспериментов RCP 2.6 и RCP 8.5 CMIP5) // *Фундаментальная и прикладная климатология.* — 2017. — Вып. 2, №. 2. — С. 86–110.
- [21] *Гущина Д. Ю., Калиновская М. В., Матвеева Т. А.* Влияние тихоокеанского десятилетнего колебания на характеристики Эль-Ниньо двух типов при возможных изменениях климата // *Метеорология и гидрология.* — 2020. — №. 10. С. 14–28.
- [22] *Emile-Geay Julien, Cobb Kimberly M., Mann Michael E., Wittenberg Andrew T.* Estimating central equatorial pacific SST variability over the past millennium. part II: Reconstructions and implications // *Journal of Climate.* — 2013. — Vol. 26, no. 7. — Pp. 2329–2352.
- [23] *Мохов И И, Смирнов Д А, Наконечный П И, Козленко С С, Куртс Ю.* Взаимосвязь явлений Эль Ниньо / Южное Колебание и индийского муссона // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана.* — 2012. — Вып. 48, №. 1. — С. 56–66.
- [24] Техн. отчет: / В.А Адарченко, С.А Бабань, А.А Брагин, К.Ф Гребенкин, О.В Зацепин, А.С Козловских, В.В Легоньков, Е.Н Липилина и др. — Снежинск: Российский Федеральный Ядерный Центр - ВНИИ технической физики имени академика Е.И. Забабахина, 2020.
- [25] *Jeffreys Harold.* Theory of probability. — Clarendon Press, 1998. — P. 459.
- [26] *Yu B, Tang Y M, Zhang X B, Niitsoo A.* An analysis on observed and simulated PNA associated atmospheric diabatic heating // *Climate Dynamics.* — 2009. — Vol. 33, no. 1. — Pp. 75–91.
- [27] *Vimont Daniel J, Wallace John M, Battisti David S.* The Seasonal Footprinting Mechanism in the Pacific: Implications for ENSO* // *Journal of Climate.* — 2003. — Vol. 16, no. 16. — Pp. 2668–2675.
- [28] *Jin Fei-Fei.* An Equatorial Ocean Recharge Paradigm for ENSO. Part I: Conceptual Model // *Journal of the Atmospheric Sciences.* — 1997. — Vol. 54, no. 7. — Pp. 811–829.
- [29] *Clement Amy C, Seager Richard, Cane Mark A, Zebiak Stephen E.* An Ocean Dynamical Thermostat // *Journal of Climate.* — 1996. — Vol. 9, no. 9. — Pp. 2190–2196.

СЕЛЕЗНЕВ Алексей Федорович

**РАЗВИТИЕ МЕТОДОВ
ЭМПИРИЧЕСКОЙ РЕКОНСТРУКЦИИ
РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ
С ВНЕШНИМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЕ К ИССЛЕДОВАНИЮ
ДИНАМИКИ ЯВЛЕНИЯ ЭЛЬ-НИНЬО**

Автореферат

Подписано к печати 10.10.2022
Формат $60 \times 90 \frac{1}{16}$. Усл. печ. л. 1.5
Тираж 100 экз. Заказ № 56 (2022).

Отпечатано в типографии Института прикладной физики РАН,
603950 г. Н.Новгород, ул. Ульянова, 46