

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертационную работу Емельяновой Анастасии Александровны «Смешанная динамика в коэволюционных ансамблях осцилляторов Курамото», представленную на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.4. — Радиофизика

Диссертационная работа соискателя посвящена изучению смешанной динамики в коэволюционных ансамблях осцилляторов Курамото. Концепция смешанной динамики появилась сравнительно недавно. Она подразумевает, что существует третий тип хаоса, когда в диссипативной системе сосуществуют консервативные (обратимое ядро) и диссипативные (аттрактор и репеллер) объекты. При этом инвариантные многообразия хаотических аттрактора и репеллера пересекаются по траекториям обратимого ядра, не притягивающего и не отталкивающего другие траектории. В представленной работе приведены первые модели общего вида (то есть необратимые во времени), в которых существует третий тип хаотической динамики. Эти модели представляют собой ансамбли осцилляторов Курамото, в которых межэлементные связи меняются во времени в зависимости от состояний элементов — это так называемые адаптивные (коэволюционные) связи. Более того, связи являются симплексными, то есть функция связи между элементами зависит от линейной комбинации фаз нескольких элементов, которые являются вершинами  $n$ -мерного симплекса. Наряду с изучением смешанной динамики, в диссертации исследуются также и режимы синхронизации в этих ансамблях и приведено приложение полученных результатов к задачам генерации шумоподобных колебаний и нейродинамики.

Тема диссертации обладает высокой актуальностью, поскольку концепция смешанной динамики — это новое направление в теории динамического хаоса, и это явление до работы диссертанта было обнаружено лишь в нескольких системах, относящихся к классу обратимых (симметричных относительно обращения времени и преобразования координат). В представленной диссертационной работе разработаны методы установления существования смешанной динамики и методы её исследования в необратимых системах, к которым относятся практически все реальные физические системы. В работе также изучаются режимы синхронизации в ансамблях Курамото, в которых межэлементные связи являются одновременно адаптивными и симплексными (первого и второго порядков). Это направление исследований актуально, поскольку такие модели воспроизводят сложную структурную организацию реальных систем и свойство пластичности межэлементных связей.

Все приведённые в диссертации результаты обладают высокой научной новизной. В рамках диссертационного исследования разработаны аналитические и численные методы установления пересечения хаотического аттрактора с хаотическим репеллером, введены и исследованы характеристики третьего типа хаоса в необратимых коэволюционных ансамблях осцилляторов Курамото. Впервые исследовано влияние внешней силы на смешанную динамику. Выделены функции адаптации, при которых коэволюционные ансамбли Курамото с симплексными связями демонстрируют синхронизацию, а также исследован процесс потери устойчивости синхронного режима. Реализован первый генератор шумоподобных колебаний в режиме смешанной динамики и исследованы их свойства. Показано, что в случае смешанной динамики ансамбль осцилляторов Курамото воспроизводит сложные

спайковые последовательности, которые не могут быть реализованы в рамках хаотической диссипативной динамики.

Результаты обладают не только теоретической, но и практической значимостью: разработанные методы исследования смешанной динамики могут использоваться при изучении других систем, а генератор шумоподобных колебаний в режиме смешанной динамики, реализованный на программируемой логической интегральной схеме, может быть востребован при построении новых систем коммуникации и кодирования информации. Предложенные в диссертации правила адаптации межэлементных связей могут быть востребованы при построении новых моделей реальных нейронных сетей.

Диссертация изложена на 122 страницах и состоит из введения, четырёх глав, заключения, двух приложений. Список литературы содержит 129 наименований, включая 19 публикаций автора по теме диссертации, из которых 8 — в реферируемых журналах.

Во Введении представлена актуальность темы, цели и задачи, научная новизна и практическая значимость результатов, а также положения, выносимые на защиту, сформулирован вклад автора, обоснована достоверность результатов и представлены данные их об апробации.

Первая глава диссертации посвящена исследованию динамики коэволюционных ансамблей двух осцилляторов Курамото. Приведены модели, демонстрирующие смешанную динамику, методика обнаружения существования обратимого ядра и исследовано его влияние на динамику диссипативной системы. Продемонстрирована возможность реализации смешанной динамики в физическом эксперименте: представлена схема реализации генератора шумоподобных колебаний в режиме смешанной динамики.

Во Второй главе приведены результаты исследования режимов сети неоднородных осцилляторов Курамото с адаптивными симплексными связями первого порядка в зависимости от правила адаптации. Показано, что потеря устойчивости синхронного режима происходит иерархически через состояния частичной синхронизации, разработаны методы исследования этого процесса.

В Третьей главе продемонстрировано, что в случае третьего типа хаоса в коэволюционном ансамбле трёх осцилляторов Курамото с симплексными связями второго порядка распределение межспайковых интервалов становится более широким по сравнению с классическим диссипативным хаосом в той же системе, а аттрактор и репеллер очень похожи. Показано, что спектральная плотность мощности более равномерно распределена по частотам, чем в случае диссипативного хаоса.

В Четвертой главе продемонстрировано, что в сети неоднородных осцилляторов Курамото с адаптивными симплексными связями второго порядка происходит резкий переход от синхронного режима к асинхронному, проанализирован процесс потери устойчивости синхронного состояния и исследованы его характеристики.

В Заключении сформулированы основные результаты.

В Приложении А приведены характеристики смешанной динамики в коэволюционных ансамблях осцилляторов Курамото. В Приложении Б приведено сравнение режимов синхронизации в коэволюционных сетях осцилляторов Курамото с наблюдаемыми в задачах нейродинамики эффектами.

К наиболее важным результатам, полученным в работе можно отнести следующие.

1. Разработка аналитических и численных методов установления пересечения хаотического аттрактора с хаотическим репеллером, исследование характеристик третьего типа хаоса.

2. Впервые предложены необратимые системы с третьим типом хаоса, представляющие собой коэволюционные ансамбли Курамото.

3. Исследование условий возникновения синхронизации и разрушения синхронных режимов в коэволюционных сетях осцилляторов Курамото. В частности, показано, что процесс разрушения синхронных режимов в коэволюционных сетях осцилляторов Курамото при изменении параметра, характеризующего правило адаптации, происходит иерархически. При этом в случае симплексных связей первого порядка разрушение происходит через состояния частичной синхронизации, а в случае симплексных связей второго порядка имеет место резкий скачкообразный переход к асинхронному режиму.

4. Реализован генератор шумоподобных колебаний в режиме смешанной динамики в системе с дискретным временем. Установлено, что в случае третьего типа хаоса спектральная плотность мощности колебаний более равномерно распределена по частотам, чем в случае классического диссипативного хаоса в той же системе.

5. Продемонстрировано, что ансамбли Курамото с адаптивными симплексными связями первого и второго порядков можно рассматривать как модели спайковых нейронных сетей. При этом в случае смешанной динамики ансамбль осцилляторов Курамото воспроизводит сложные спайковые последовательности, которые не могут быть реализованы в рамках хаотической диссипативной динамики.

#### Замечания по диссертации.

1. Одной из сильных сторон диссертации является реализация и исследование на основе системы уравнений Курамото генератора шумоподобных колебаний в режиме смешанной динамики в системе с дискретным временем. Однако этот важный интересный материал, на мой взгляд, представлен слишком кратко, как в части описания самого генератора, так и в плане описания и анализа, полученных с его помощью результатов, а также перспектив его использования.

Между тем, здесь имеются широкие возможности, например, для анализа соответствия результатов, получаемых в системах с плавающей точкой и системами, реализуемыми на арифметике с ограниченной точностью. А также исследования вопросов о том, насколько тонкие эффекты (в данном случае хаос третьего типа может быть устойчив при реализации по существу в конечных автоматах являются свойством систем с действительными числами, а каких случаях похожие явления могут легко быть реализованы в цифровых системах к небольшим числом значащих цифр.

2. В главе 3, посвященной динамике коэволюционного ансамбля трех осцилляторов Курамото с симплексными связями второго порядка показано, что в случае смешанной динамики, реализующейся в таких системах распределения межспайковых интервалов очень широкие по сравнению с классическим динамическим хаосом. Автор связывает это с «высокой информационной емкостью сети», ссылаясь на монографию Ижукевича (2007), где обсуждается (стр. 371 и далее) информационные аспекты бестов и спайков, на основе обзора литературных источников и результатов собственных исследований, в том числе возможная роль длительности межимпульсных интервалов в кодировании информации. С момента выхода книги прошло довольно много времени, поэтому было бы целесообразно добавить ссылки, отражающие современное состояние взглядов на эту интригующую проблему.

Сделанные замечания носят рекомендательный характер и не влияют на результаты и качество диссертационной работы в целом.

Диссертационная работа А.А. Емельяновой «Смешанная динамика в коэволюционных ансамблях осцилляторов Курамото» представляет собой самостоятельное и целостное исследование, выполненное на актуальную тему и на высоком профессиональном уровне, соответствует требованиям «Положения о порядке присуждения учёных степеней», утверждённого постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 в действующей редакции. Содержание диссертации в полной мере отражено в автореферате. Автор работы А.А. Емельянова заслуживает присуждения степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.4. — Радиофизика.

Выражаю свое согласие на обработку моих персональных данных, связанных с защитой диссертации.

Официальный оппонент:

главный научный сотрудник ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН,  
доктор физико-математических наук (специальность 01.04.03 "Радиофизика"),  
профессор  
Дмитриев Александр Сергеевич  
тел.: +7 (495) 629 3574  
e-mail: alexandr@bk.ru

«6 » сентября 2024 г.

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова Российской академии наук.  
Адрес: 125009, Москва, ул. Моховая, 11, корп. 7

Подпись А.С. Дмитриева заверяю  
Ученый секретарь ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН,  
к.ф.-м.н.



И.И. Чусов