

*На правах рукописи*

Калинин Петр Андреевич

**ПОЛЯРИТОННЫЕ МОДЫ  
И ЛАЗЕРНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ В ЛОВУШКАХ  
ДЛЯ БОЗЕ-КОНДЕНСАЦИИ ДИПОЛЯРНЫХ  
ЭКСИТОНОВ**

01.04.03 — радиофизика

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Нижний Новгород — 2011

Работа выполнена в Учреждении Российской академии наук Институт прикладной физики РАН (г. Нижний Новгород).

Научный руководитель:	член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук Вл. В. Кочаровский
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук С. Г. Тиходеев  кандидат физико-математических наук О. Л. Антипов
Ведущая организация:	Учреждение Российской академии наук Институт спектроскопии РАН (г. Троицк)


Защита состоится 17 октября 2011 г. в 15 часов на заседании диссертационного совета Д 002.069.02 в Институте прикладной физики РАН (603950, г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46).

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института прикладной физики РАН.

Автореферат разослан

2011 г.

Учёный секретарь диссертационного совета  
доктор физико-математических наук,  
профессор

 Ю.В. Чугунов

## Общая характеристика диссертации

**Предмет исследования и актуальность темы.** Бозе-эйнштейновская конденсация является фундаментальным процессом, макроскопическим проявлением квантовой статистики для тождественных частиц. Бозе-конденсат частиц был впервые экспериментально получен в 1995 году [1], и в настоящее время ведутся активные экспериментальные исследования, направленные на получение и изучение бозе-конденсации в системах частиц различной природы.

Среди различных систем, используемых в этих исследованиях, особый интерес представляют экситоны в полупроводнике [2, 3]. Благодаря их малой эффективной массе, они могут конденсироваться при температурах порядка 1 К, что на несколько порядков выше, чем для атомных систем. Требуемые концентрации экситонов могут создаваться лазерной накачкой, а их состояние и динамика могут изучаться посредством наблюдения оптического излучения рекомбинирующих экситонов. В настоящее время эксперименты по бозе-конденсации экситонов проводятся в специальных ловушках, подготовленных в гетероструктурах с квантовыми ямами [4–6]. При этом в рекомбинационном излучении экситонов наблюдаются интерференционные эффекты, свидетельствующие о наличии когерентности оптических колебаний экситонов в ловушке; кроме того, обнаружены линейная поляризация указанного излучения и двухфотонные корреляции в нем.

В этих экспериментах указанное наблюдаемое оптическое излучение трактуется как спонтанное излучение экситонов, и возможные процессы стимулированного излучения не учитываются; в частности, мощность каждой компоненты оптического излучения считается прямо пропорциональной плотности соответствующей компоненты экситонов. Тем не менее, зависимость излучения из ловушки от состояния экситонов в ней может быть достаточно сложной и определяться различными нелинейными эффектами (см., например, [7, 8]), в частности, стимулированным излучением.

Действительно, ловушки, используемые в этих экспериментах, могут служить низкодобротными резонаторами для электромагнитного поля. В них могут существовать и генерироваться поляритонные моды — самосогласованные колебания поляризации экситонов и электромагнитного поля (о поляритонных модах см., например, [9–11]). Подобные моды могут становиться неустойчивыми и возбуждаться в условиях достаточно высокой спектральной плотности экситонов. Лазерная генерация этих мод будет в значительной мере определять свойства выходящего из ловушки

оптического излучения, а также влиять на состояние и динамику самого бозе-конденсата и надконденсатных экситонов.

Особенностью такой лазерной генерации является низкая добротность электромагнитного резонатора, что соответствует так называемым лазерам класса D [12, 13], в которых время жизни фотона в резонаторе много меньше времени релаксации поляризации активной среды. Свойства этих лазеров, в отличие от лазеров классов A и B, где имеет место обратное соотношение указанных времён, исследованы весьма фрагментарно даже в теории. Их экспериментальное изучение практически ещё не начиналось (остановившись на реализации до сих пор экзотических лазеров класса C, промежуточных между B и D, см., например, [12]), в связи с чем их исследование представляет большой интерес. Известно, что динамика подобных лазеров даже в простейших моделях может быть достаточно сложной, вплоть до хаотической [14–19], в то время как в простейших моделях лазеров класса B возможна только стационарная генерация [20, 21], а для получения хаотической динамики требуется учёт дополнительных эффектов типа четырёхмодового взаимодействия [22, 23].

Лазерная генерация поляритонных мод в ловушках для бозе-конденсации экситонов ранее не изучалась, поскольку для лазеров класса D нужна узкая линия с большой пространственной и спектральной концентрацией экситонов в ней, что лишь недавно стало доступно в экспериментах. Следует также отметить, что, хотя пороги возникновения бозе-конденсации экситонов и лазерной генерации поляритонов в принципе различны, указанные явления близки по условиям реализации и для обоих характерна большая спектральная и пространственная концентрация экситонов. Получение лазерной генерации в процессе бозе-конденсации могло бы стать эффективным инструментом изучения состояния и динамики конденсата экситонов. Более того, ни лазер класса D вообще, ни какая-либо лазерная генерация на бозе-конденсате никогда ранее не были реализованы экспериментально. Поэтому исследование лазерной генерации поляритонных мод в условиях бозе-конденсации экситонов является отнюдь не частной, а вполне фундаментальной физической задачей. При этом важны обе её стороны: как выяснение возможности и условий лазерной генерации и связи последней с процессом бозе-конденсации, так и анализ общей динамики лазера класса D.

**Целью настоящей диссертационной работы** является аналитическое и численное исследование поляритонных мод в ловушках для бозе-эйнштейновской конденсации диполярных экситонов, анализ условий и особенностей лазерной генерации этих мод, её связи со свойствами сконденсировавшихся и надконденсатных экситонов, а также изучение типич-

ных одно- и многомодовых режимов генерации в подобных лазерах класса D.

**Научная новизна** проведённых исследований заключается в следующем:

1. Найдены спектр и структура поляритонных мод в полупроводниковых ловушках с квантовыми ямами для бозе-конденсации диполярных экситонов в области частот рекомбинации последних. Выяснено, что критерий неустойчивости и возможность лазерной генерации этих мод отвечают условиям, близким к требуемым для бозе-конденсации экситонов.
2. Установлено влияние пространственной и спектральной неоднородности распределения экситонов на порог лазерной генерации поляритонных мод. Показано, что при приближении к порогу бозе-конденсации за счёт сужения спектрального распределения экситонов происходит резкое снижение порога лазерной генерации, облегчающее её достижение в экспериментах по бозе-конденсации экситонов.
3. Выявлены типичные режимы лазера класса D; установлено, что в этих лазерах неоднородное уширение линии может приводить к резкому (на несколько порядков) снижению порога нестационарной генерации.

**Научная и практическая ценность.** Полученные результаты представляют интерес для исследования и диагностики процессов, протекающих в гетероструктурах с ловушками для экситонов в процессе бозе-конденсации последних. Они могут быть также использованы для создания лазеров, в которых активной средой служит бозе-конденсат, и для дальнейшего изучения динамических свойств лазеров класса D.

#### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. В двумерных полупроводниковых ловушках для бозе-конденсации диполярных экситонов возможно существование долгоживущих самосогласованных колебаний оптического поля и резонансной ему поляризации экситонов — поляритонных мод, которые формируются благодаря полному внутреннему отражению поля от границ (поверхностей) ловушки, отвечают доминированию поляризационной компоненты над электромагнитной и в определённых условиях обеспечивают индуцированную рекомбинацию и, следовательно, когерентное излучение как экситонов бозе-конденсата, так и надконденсатных экситонов.

2. Лазерная генерация найденных поляритонных мод может быть реализована при параметрах экситонного газа и ловушек, достижимых в существующих экспериментах по бозе-эйнштейновской конденсации в GaAs-гетероструктурах, и не требует использования специальных высокодобротных резонаторов, причём в области перехода через порог бозе-конденсации, когда температура гетероструктуры или мощность накачки экситонов меняются всего в полтора — три раза, порог генерации может понижаться в десятки раз благодаря сужению и изменению формы спектральной линии экситонов.
3. Индуцированная рекомбинация экситонов в процессе генерации одной или нескольких поляритонных мод в ловушках для бозе-конденсации диполярных экситонов при постоянной накачке последних отвечает динамике лазера класса D, которая не требует высокой добротности резонатора.
4. В лазерах класса D порог нестационарной лазерной генерации поляритонных мод (второй лазерный порог) сильно зависит от величины неоднородного уширения спектральной линии; при значениях неоднородной ширины линии, сравнимых с однородной шириной, второй порог может быть близок к первому.

**Апробация работы.** По теме диссертации опубликованы 4 статьи в ведущих научных журналах, входящих в список ВАК, 10 докладов в трудах отечественных и международных конференций, 9 тезисов докладов. Материалы диссертации докладывались и обсуждались на научных семинарах Института прикладной физики РАН и на следующих российских и международных конференциях: XI Научная конференция по радиофизике, 7 мая 2007 г., ННГУ; Научная студенческая конференция Высшей школы общей и прикладной физики ННГУ «ВШОПФ'2007», 28–29 мая 2007 г., ВШОПФ ННГУ; III International Conference «Frontiers of Nonlinear Physics», July 3–9, 2007, Nizhny Novgorod—Saratov—Nizhny Novgorod; Пятая международная конференция молодых ученых и специалистов «Оптика — 2007», 15–19 октября 2007 г., Санкт-Петербург; Конференция молодых ученых «Фундаментальные и прикладные задачи нелинейной физики» XIV научной школы «Нелинейные волны — 2008», 1–7 марта 2008 г., Нижний Новгород; XII научная конференция по радиофизике, ННГУ (2008); XIII Нижегородская сессия молодых ученых, 20–25 апреля 2008 г., Нижний Новгород; International Conference Laser Optics 2008, June 23–28, 2008, St. Petersburg; International Conference Photonics

Prague '2008, August 27–29, 2008, Prague; 14 Нижегородская сессия молодых ученых, 19–24 апреля 2009 г., Нижний Новгород; Третья Всероссийская школа для студентов, аспирантов, молодых ученых и специалистов по лазерной физике и лазерным технологиям, 20–23 апреля 2009 г., Саров; 18th International Laser Physics Workshop, July 13–17, 2009, Barcelona; IX Международный Симпозиум по фотонному эхо и когерентной спектроскопии (ФЭКС'2009), 26–31 октября 2009 г., Казань; Тринадцатая Международная Молодежная Научная Школа по когерентной оптике и оптической спектроскопии, 26–28 октября 2009 г., Казань; Конференция молодых ученых «Фундаментальные и прикладные задачи нелинейной физики» XV научной школы «Нелинейные волны — 2010», 6–12 марта 2010 г., Нижний Новгород; Конференция-конкурс молодых физиков Московского физического общества, 19 апреля 2010 г., Москва; 15 Нижегородская сессия молодых ученых, 19–24 апреля 2010 г., Нижний Новгород; Четвертая Всероссийская школа для студентов, аспирантов, молодых ученых и специалистов по лазерной физике и лазерным технологиям, 26–29 апреля 2010 г., Саров; IV International conference «Frontiers of Nonlinear Physics», July 13–20, 2010, Nizhny Novogorod — St. Petersburg; International Conference on Coherent and Nonlinear Optics (ICONO/LAT) 2010, August 23–27, 2010, Kazan; School for Young Scientists ICONO/LAT-SYS 2010, August 23–27, 2010, Kazan; 10th International Conference of Laser & Fiber-Optical Networks Modelling (LFNM'2010), September 12–14, 2010, Sevastopol, Crimea, Ukraine.

Результаты диссертации были использованы в работах по гранту НШ-4485.2008.2 Совета по грантам президента Российской Федерации для поддержки ведущих научных школ Российской Федерации, гранту РФФИ №09-02-00909-а и проекту 1.7.9 программы фундаментальных исследований президиума РАН.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из Введения, трёх глав, Заключения и списка литературы, включающего и работы автора. Общий объем диссертации составляет 128 страниц, включая 16 рисунков. Список литературы содержит 94 наименования.

## Краткое содержание работы

**Введение** содержит краткий обзор литературы по исследованиям бозе-конденсата экситонов и его рекомбинационного излучения, формулировку цели диссертации, краткое изложение содержания диссертации и положения, выносимые на защиту.

**В первой главе** последовательно, исходя из уравнений для поляризации экситонов, уравнений Максвелла и граничных условий, изучен спектр поляритонных мод в рассматриваемых ловушках. При этом учитываются возможные радиационные потери и конечность времени жизни поляризации экситонов; распределение экситонов по ловушке предполагается пространственно-однородным, спектральная линия экситонов предполагается однородно уширенной (или, что эквивалентно, неоднородное уширение предполагается лоренцевым).

Раздел 1.1 посвящён подробному описанию используемой в экспериментах [6, 24–29] гетероструктуры и исходных уравнений. Гетероструктура представляет собой слой  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  ( $x \approx 0.33$ ) с GaAs-квантовой ямой внутри (или двумя близкими квантовыми ямами). Слой выращен на подложке, верхняя часть которой сделана высокопроводящей. На поверхность структуры нанесена тонкая металлическая плёнка, в которой протравлены круглые отверстия-окна диаметром  $D \sim 0.5$  мкм, каждое такое окно фактически и представляет собой ловушку для экситонов. Электрическое напряжение, приложенное к гетероструктуре, делает экситоны дипольными и позволяет управлять временем их спонтанной рекомбинации.

При расчёте поляритонных мод используются стандартные граничные условия для электромагнитного поля, соответствующие коэффициентам отражения Френеля от поверхности ловушки и от подложки. В силу того, что диаметр ловушки много больше длины волны, точное знание коэффициента отражения от боковых сторон ловушки не требуется; важен только его модуль  $R_S$ , который непосредственно определяет мнимую часть волнового числа  $k_\tau$  в плоскости ловушки. Для удобства последующих оценок можно ввести эффективную проводимость среды  $\sigma_s = c^2 \text{Re } k_\tau |\ln R_S| / 2\pi\omega D$ , позволяющую фактически заменить потери мод при отражении от боковых сторон ловушки на потери мод в объёме резонатора (здесь  $c$  — скорость света в вакууме,  $\omega$  — частота рассматриваемой моды).

Поскольку толщина экситонного слоя (квантовой ямы) много меньше длины волны, его можно считать бесконечно тонким дипольным слоем, мощность  $\vec{d}$  (дипольный момент единицы площади) которого пропорциональна высокочастотному электрическому полю  $\vec{E}$  с коэффициентом пропорциональности, резонансно зависящим от частоты  $\omega$ :

$$\vec{d} = \frac{-\omega_c^2 l}{4\pi} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega/T_2} \vec{E}, \quad (1)$$

где

$$\omega_c^2 = 8\pi \frac{|\vec{p}_0|^2 N_S \omega_0}{l \hbar} \quad (2)$$

— квадрат так называемой кооперативной частоты среды,  $\omega_0$  и  $\vec{p}_0$  — частота и дипольный момент экситонного перехода,  $T_2$  — время жизни поляризации на этом переходе,  $l$  — характерная толщина экситонного слоя,  $N_S$  — поверхностная концентрация экситонов в яме,  $\hbar$  — постоянная Планка.

Спектральная линия экситонов считается однородно уширенной (легко показать, что все результаты линейного анализа неустойчивости мод сохраняются, если неоднородное уширение присутствует, но имеет лоренцев вид); более сложные профили спектральной линии экситонов рассматриваются в главе 2, в разделе 2.4. Принятый вид отклика дипольного слоя определяет граничные условия для электромагнитного поля на нём.

В разделе 1.1.3 обсуждаются основные временные и спектральные параметры задачи. В частности, отмечается, что декремент затухания парциальных электромагнитных мод в резонаторе существенно больше, чем декремент затухания поляризации, что соответствует лазерам класса D. Кроме того, ширина спектральной линии экситонов много меньше, чем среднее спектральное расстояние между парциальными электромагнитными модами, а это означает, что в общем грубом случае никакая электромагнитная мода не попадает в точный резонанс с экситонами (последнее и не требуется для неустойчивости ввиду большого декремента затухания электромагнитной моды).

Поскольку экситоны занимают лишь малый объем резонатора и учитываются только в граничных условиях, дисперсионное уравнение для мод имеет стандартный вид  $k_\tau^2 + k_n^2 = \omega^2 \varepsilon / c^2$ , где  $k_\tau$  и  $k_n$  — комплексные волновые числа в плоскости и перпендикулярно плоскости квантовой ямы соответственно,  $\omega$  — комплексная частота моды,  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость полупроводника. Параметры экситонов же входят только в характеристическое уравнение, следующее из граничных условий и определяющее дискретизацию волнового числа  $k_n$ .

В соответствии с этим, раздел 1.2 посвящён выводу характеристического уравнения для мод с учётом принятых граничных условий. Интересующие нас моды располагаются в области почти полного внутреннего отражения от поверхности ловушки, где  $\text{Re } k_n < \text{Re } k_\tau \sqrt{\varepsilon - 1}$ . Для вывода характеристических уравнений удобно выражать все поля через вектор Герца, получая отдельно уравнения для ТМ- и ТЕ-мод; соответствующие уравнения приведены в разделах 1.2.2 и 1.2.3. Для ТМ-мод (т.е. таких, в которых магнитное поле параллельно плоскости ловушки) характери-

ческое уравнение имеет вид

$$\begin{aligned}
& 2\gamma k_n^2 \sin(k_n h + \varphi_{bTM}) \sin(k_n h + \varphi_{TM}) + \\
& + 2\gamma k_\tau^2 \cos(k_n h + \varphi_{bTM}) \cos(k_n h + \varphi_{TM}) + \\
& + k_n(\gamma^2 k_\tau^2 - 1) \sin(\varphi_{TM} - \varphi_{bTM}) = 0,
\end{aligned} \tag{3}$$

где  $\gamma = -(\omega_c^2 l / 2\varepsilon(\omega_0^2 - \omega^2 - 2i\omega\nu_2))$ ,  $\nu_2 = 1/T_2$  – декремент затухания поляризации,  $h$  – расстояние от экситонного слоя до подложки,  $\varphi_{TM}$  и  $\varphi_{bTM}$  – комплексные фазы отражения электромагнитного поля от поверхности и подложки ловушки соответственно.

Раздел 1.3 посвящён численному расчёту спектров ТЕ- и ТМ-мод на базе полученных характеристических уравнений. Спектры содержат экситонную ветвь ( $\omega \approx const$ ) и несколько электромагнитных ветвей ( $k_n \approx const$ ); наибольший интерес представляют области их пересечения, где за счёт резонанса электромагнитных и экситонных колебаний возможна неустойчивость нормальных (поляритонных) мод. Для параметров экспериментов [6, 24–29] существуют четыре таких области, соответствующие модам ТМ<sub>0</sub>, ТМ<sub>1</sub>, ТЕ<sub>0</sub> и ТЕ<sub>1</sub> планарного волновода.

Случай моды ТМ<sub>0</sub> анализируется подробнее в разделе 1.3.2; при достаточно высокой концентрации экситонов некоторые поляритонные моды в центре линии становятся неустойчивыми. Структура электромагнитного поля даже неустойчивых поляритонных мод слабо отличается от структуры поля парциальных электромагнитных мод, что позволяет во второй и третьей главах диссертации развить теорию возмущений.

В разделе 1.3.3 приведены результаты численного расчёта зоны неустойчивости для поляритонных мод всех четырёх резонансных областей.

Раздел 1.4 посвящён аналитическому рассмотрению спектра поляритонных мод в окрестности областей резонанса. С этой целью все параметры раскладываются в ряд в окрестности пересечения невозмущённых (парциальных) вещественных ветвей, благодаря чему удаётся выразить отклонение частоты поляритонной моды от невозмущённой частоты экситонного резонанса через отклонение величины тангенциального волнового вектора. При этом оказывается, что неидеальность отражения от высокопроводящей подложки входит в качестве слагаемого, аддитивно к  $\sigma_s$ , что позволяет ввести полную эффективную проводимость среды  $\sigma$ , учитывающую все потери электромагнитного поля из ловушки. Полученные выражения позволяют, помимо прочего, получить аналитическое выражение для условия неустойчивости поляритонных мод в виде

$$\tilde{\omega}_c^2 \geq \nu_2 \nu_c, \tag{4}$$

где  $\tilde{\omega}_c^2 \approx \omega_c^2 l / 4\epsilon H$  — эффективная кооперативная частота экситонов, учитывающая малый относительный объем, занятый ими (точное выражение приведено в диссертации),  $H$  — толщина всей гетероструктуры (от подложки до поверхности),  $\nu_c = 2\pi\sigma/\epsilon$  — декремент затухания парциальных электромагнитных мод в резонаторе.

В разделе 1.5 на базе полученного условия неустойчивости обсуждается возможность лазерной генерации в экспериментах по бозе-конденсации экситонов. Оказывается, что генерация в принципе возможна, однако для определения её порога нужен более точный учёт изменения спектральной линии в окрестности порога бозе-конденсации; последний проводится в разделе 2.4.

**Во второй главе** развивается подход теории возмущений к анализу спектра поляритонных мод. Он позволяет повторить и детализировать основные результаты первой главы, относящиеся к области непосредственного резонанса экситонов и парциальных электромагнитных мод, а также снять использованные в первой главе ограничения на равномерное распределение экситонов по ловушке и отсутствие неоднородного уширения их спектральной линии. Кроме того, полученная в рамках этого подхода система уравнений, описывающая динамику экситонов и электромагнитных мод, будет использована в третьей главе для моделирования различных режимов лазерной генерации поляритонных мод.

Эта система уравнений представлена в разделе 2.1. Электромагнитное поле раскладывается по собственным модам невозмущённого резонатора; уравнения динамики комплексных амплитуд возбуждения мод получаются из рассмотрения поляризации экситонов как источника, возбуждающего данный резонатор. Динамика экситонного слоя описывается стандартными уравнениями Блоха для двухуровневой среды, в которые феноменологически вводится источник экситонов (в реальных экспериментах определяемый накачкой). Для анализа поляритонной неустойчивости на её линейной стадии (т.е. для анализа спектра поляритонных мод и условий неустойчивости), проводимого в данной главе, необходимо считать концентрацию экситонов фиксированной; соответствующее уравнение динамики этой концентрации используется только в третьей главе.

В разделе 2.2 обсуждаются некоторые особенности спектра мод в окрестности экситонно-электромагнитного резонанса. Вид спектра аналогичен полученному в разделе 1.4. В частности, в пределе низкодобротного резонатора ( $\sigma \gg \nu_2$ , где  $\nu_2$  — декремент затухания поляризации экситона, т.е. ширина однородной спектральной линии экситонов) оказывается, что неустойчивой является экситонная ветвь спектра; частоты неустойчивой ветви не удаляются от центральной частоты экситонного резонанса даль-

ше, чем на величину порядка  $\nu_2$ . Это означает, что спектр лазерной генерации поляритонных мод, по крайней мере на её линейной стадии, будет не шире, чем однородная спектральная линия экситонов, даже несмотря на то, что парциальный спектр участвующих в генерации электромагнитных мод может быть намного шире. (Более того, спектральная отстройка парциальной электромагнитной моды начинает существенно влиять на комплексную частоту соответствующей нормальной моды только тогда, когда становится сравнимой с декрементом затухания парциальной моды; поскольку последний много больше, чем средний частотный интервал между парциальными модами, в генерацию могут входить несколько электромагнитных мод с достаточно большими отстройками.)

В разделе 2.3 обсуждается влияние неоднородного пространственного распределения экситонов на селекцию неустойчивых мод. На примере круглой ловушки с идеально отражающими боковыми стенками выяснено совместное влияние отстройки парциальных электромагнитных мод от резонанса и перекрытия их с экситонами на инкремент неустойчивости нормальных поляритонных мод.

Раздел 2.4 посвящён учёту сложной спектральной структуры экситонной линии и определению возможности лазерной генерации в окрестности порога бозе-конденсации экситонов. Качественное рассмотрение такой возможности было проведено ранее, в разделе 1.5, где было обнаружено, что неустойчивость возможна при условии достаточного снижения эффективной неоднородной ширины экситонной линии; в этом разделе данный вопрос рассматривается подробнее.

В окрестности порога конденсации спектральное распределение экситонов состоит из двух компонент: однородной линии на основном квантовом состоянии ловушки (на котором при превышении порога конденсации находится макроскопическое число частиц) и теплового хвоста, содержащего надконденсатные экситоны, распределённые по энергиям в соответствии с распределением Бозе-Эйнштейна с некоторым (равным энергии основного состояния ловушки после превышения порога конденсации) химическим потенциалом. Соответственно, представляет интерес возможность лазерной генерации на каждой из этих компонент.

Поскольку конденсат представлен однородно уширенной линией, возможность генерации на нём описывается полученным ранее условием (4) неустойчивости мод для однородно уширенной линии. Для исследования же возможности генерации на тепловом хвосте требуется учёт энергетического распределения экситонов в нём. Оказывается, что условие лазерной генерации в случае неоднородного спектрального распределения экситонов можно также записать в виде (4), только при вычислении ко-

оперативной частоты необходимо использовать эффективное количество экситонов

$$\tilde{N}_{tot} = \sum_k \frac{\nu_2^2}{\nu_2^2 + \Delta_k^2} N_k, \quad (5)$$

где  $N_k$  — количество экситонов на  $k$ -ом энергетическом уровне,  $\Delta_k$  — отстройка  $k$ -ого уровня от частоты генерации. Физический смысл этого выражения прост: на возможность генерации на данной частоте влияют только экситоны, расположенные в полосе ширины порядка  $\nu_2$  около этой частоты.

В формуле (5) для простоты рассматривается генерация на частоте, точно равной частоте рекомбинационного перехода низшего экситонного уровня; можно показать, что это приближение даёт ошибку не более чем в два раза при определении порога генерации.

Для исследования условий генерации на тепловом хвосте необходимо в выражении (5) использовать распределение Бозе-Эйнштейна

$$N_k = \frac{1}{e^{(\Delta_k - \zeta)/\theta} - 1}, \quad (6)$$

здесь  $\zeta = \mu/\hbar$  и  $\theta = T/\hbar$  — частоты, соответствующие химическому потенциалу  $\mu$  и температуре  $T$  соответственно.

При вычислении суммы (5) уместно рассмотреть три случая. А именно, в разделе 2.4.1 проанализирована возможность генерации на тепловом хвосте в непосредственной окрестности порога конденсации, при  $\gamma - \zeta \ll \nu_2, \theta$  (здесь  $\gamma \equiv \Delta_1 - \Delta_0$  — отстройка первого возбуждённого экситонного уровня от основного уровня). Оказывается, что в этом случае за счёт особого (гиперболического) вида распределения экситонов по энергиям в спектральной полосе ширины  $\nu_2$  сосредоточены около половины всех надконденсатных экситонов — 40% для параметров экспериментов [6, 24–29]. Поэтому условие неустойчивости с точностью до логарифмического множителя сохраняет вид (4), а порог неустойчивости повышается всего лишь в 2,5 раза по сравнению с порогом неустойчивости на однородной линии. Более того, оказывается, что указанные эксперименты фактически отвечают порогу генерации, т.е. условие неустойчивости выполняется в пределах точности, с которой известны параметры ловушки и системы экситонов.

В разделе 2.4.2 рассматривается противоположный случай ( $\gamma - \zeta \gg \theta, \nu_2$ ), когда система находится вдали от порога конденсации и распределение экситонов по энергиям переходит в распределение Больцмана. В этой области с точностью до множителя порядка 1 условие неустойчивости определяется выражением (4), в которое вместо  $\nu_2$  необходимо

подставлять температуру экситонов  $T$ , делённую на постоянную Планка  $\hbar$ . С учётом того, что  $T/\hbar \gg \nu_2$ , это означает, что порог неустойчивости возрастает во много раз (порядка 60 для параметров рассматриваемых экспериментов) по сравнению со случаем однородно уширенной линии.

В разделе 2.4.3 анализируется промежуточная область параметров, а в разделе 2.4.4 — общее изменение порога неустойчивости при удалении от порога конденсации по концентрации или температуре экситонов. Оказывается, что основной рост порога генерации происходит при удалении от порога конденсации примерно в 1,5–3 раза по температуре и/или концентрации; таким образом, отмеченное в разделе 2.4.1 anomальное понижение порога генерации за счёт особого вида функции распределения Бозе-Эйнштейна наблюдается лишь в небольшой окрестности порога.

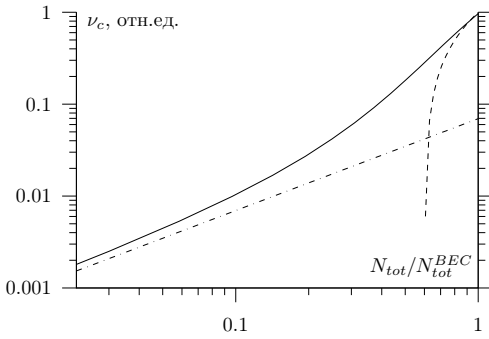


Рис. 1. Снижение порога лазерной генерации при приближении к порогу конденсации: зависимость пороговой парциальной скорости релаксации электромагнитного поля от количества экситонов в ловушке при фиксированной температуре.

Видно, что при приближении к порогу конденсации наблюдается дополнительный (более чем на порядок) рост порогового значения парциальной скорости релаксации электромагнитного поля в резонаторе (что соответствует падению пороговой добротности резонатора).

**Третья** глава диссертации посвящена исследованию нелинейного режима лазерной генерации поляритонных мод на базе многомодовых уравнений, полученных во второй главе. Большая часть исследования (разделы 3.2 и 3.3) проводится путём численного моделирования указанной системы уравнений с целью качественного анализа различных режимов установившейся динамики. Расчёты проводятся для различных модель-

На рисунке 1 приведено поведение порога лазерной генерации при приближении к порогу конденсации с увеличением общего количества экситонов в ловушке  $N_{tot}$  при фиксированной температуре вплоть до порога конденсации  $N_{tot}^{BEC}$ . Сплошная линия соответствует точным значениям, полученным численным суммированием выражения (5), пунктирная — пределу окрестности порога конденсации, а штрих-пунктирная — больцмановскому пределу. Видно, что при приближении к порогу конденсации наблюдается дополни-

ных пространственных и спектральных распределений экситонов и структур поля лазерных мод.

В разделе 3.2 изучается сосредоточенная модель лазера, в которой ни пространственная структура мод, ни пространственное распределение экситонов не учитываются. Моделирование проводится для двух ортогонально поляризованных мод с различными частотными отстройками от экситонного резонанса. Для случая однородно уширенной линии основной установившийся режим, который наблюдается вплоть до очень высоких накачек, — это стационарная генерация одной моды. Лишь при превышении порога неустойчивости на несколько порядков данный режим меняется на совместную импульсную генерацию обеих мод.

Другая ситуация наблюдается для случая неоднородно уширенной линии (с неоднородной шириной, выбранной для определённости в 5 раз превышающей однородную). При небольшом превышении порога, как и раньше, наблюдается стационарная одномодовая генерация, но уже при превышении порога на несколько десятков процентов начинается импульсная генерация обеих мод; дальнейшее повышение накачки приводит к более сложным, нерегулярным и квазихаотическим режимам.

В разделе 3.3 рассматривается распределённая в пространстве система. С целью качественного анализа основных возможных режимов используется модельная структура, содержащая четыре пространственные точки. Используется модельная структура парциальных электромагнитных мод, содержащая две одинаково поляризованные моды, различающиеся по пространственной структуре.

Основной режим, наблюдаемый для таких мод для однородно уширенной линии, — это стационарная генерация обеих мод на одинаковой частоте (независимо от разности частот парциальных электромагнитных мод); разность фаз между модами устанавливается на определённом значении и не зависит от её начального значения («фазовая синхронизация»). Кроме того, в узкой окрестности порога наблюдается импульсный режим генерации обеих мод без фазовой синхронизации. Для двух ортогонально поляризованных мод наблюдается стационарная генерация обеих мод без фазовой синхронизации (т.е. двухчастотная генерация).

В случае неоднородно уширенной линии наблюдается более богатая динамика. Для вырожденных по частоте парциальных электромагнитных мод при небольшом превышении порога наблюдается стационарная генерация обеих мод с фазовой синхронизацией, но уже при превышении порога на несколько десятков процентов режим меняется на импульсный, по-прежнему с фазовой синхронизацией. Для невырожденных мод наблюдается квазихаотическая импульсная динамика.

Для случая вырожденных мод был также проведён расчёт генерации в случае пространственной неоднородности экситонной накачки. При слабой неоднородности (вариациях порядка  $\pm 2\%$  относительно среднего уровня) сохранялся импульсный режим с фазовой синхронизацией, но амплитуды пиков двух мод различались на заметную величину (примерно в 1,5 раза); при повышении неоднородности накачки до  $\pm 3\%$  режим менялся на квазихаотические пульсации с синхронизацией фазы.

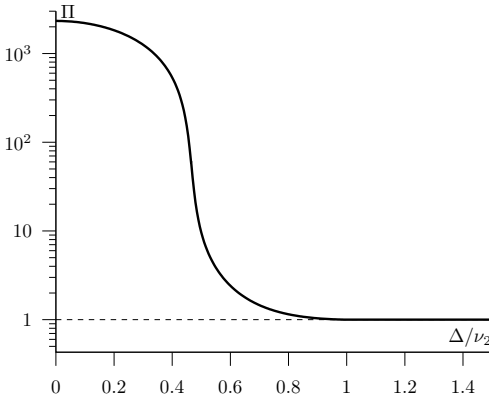


Рис. 2. Уменьшение второго лазерного порога с увеличением неоднородной ширины экситонного распределения в простейшей модели поляритонного лазера

Определён порог устойчивости стационарного решения и обнаружено, что этот порог резко падает при увеличении неоднородного уширения до значений, сравнимых с величиной однородного уширения. Более того, обнаружена область значений неоднородного уширения, где при любых накачках, превышающих порог неустойчивости поляритонных мод, стационарное решение в рамках рассматриваемой модели является неустойчивым.

На рисунке 2 приведено изменение второго лазерного порога (величины надпороговости  $\Pi$ , равной отношению накачки, требуемой для достижения второго порога, к накачке, требуемой для достижения первого порога) с увеличением отстройки экситонных компонент  $\Delta$ , для параметров экспериментов [6, 24–29]. При малой отстройке второй порог очень высок (превосходит первый порог более чем в 2000 раз), но при увеличении отстройки вплоть до величин  $\Delta \sim \sqrt{\nu_1 \nu_2} \approx 0.5\nu_2$  происходит резкое уменьшение порога. При дальнейшем увеличении отстройки порог про-

Одним из свойств лазерной генерации, обнаруженных в численном моделировании, является резкое снижение порога нестационарной генерации («второго лазерного порога») с ростом неоднородного уширения. В разделе 3.4 проводится аналитическое исследование этого явления. Используется упрощённая структура неоднородной линии экситонов, состоящая из двух однородно уширенных компонент, отстроенных по частоте от электромагнитной моды на величины  $\Delta$  и  $-\Delta$ .

Определён порог устойчивости

должает уменьшаться, хотя и не так быстро, и при достижении значения  $\Delta = \nu_2$  второй порог сравнивается с первым, отвечая значению  $\Pi = 1$ .

В разделе 3.5 обсуждаются возможные проявления лазерной генерации поляритонных мод в экспериментах и связь её с уже наблюдавшимися явлениями, а также обсуждаются возможные дополнительные эксперименты, направленные на исследование генерации поляритонных мод и реализацию различных обсуждавшихся в разделах 3.2 и 3.3 режимов.

**В Заключение** сформулированы основные результаты, полученные в диссертационной работе.

### **Основные результаты диссертационной работы**

1. Установлена возможность лазерной генерации на частоте рекомбинации дипольных экситонов в полупроводниковых ловушках с квантовыми ямами в условиях, близких к требуемым для бозе-конденсации экситонов. Показано, что необходимые для генерации парциальные электромагнитные моды могут быть сформированы за счёт полного внутреннего отражения поля от гетерограниц (поверхностей) ловушки. Найдены спектр и структура нормальных поляритонных мод, в которых поляризационная (экситонная) компонента превалирует над электромагнитной и добротность которых многократно превышает добротность парциальных электромагнитных мод благодаря большому времени жизни поляризации экситонов на частоте рекомбинации.
2. Получено условие неустойчивости поляритонных мод, которое отвечает параметрам экситонного газа и ловушек, достигаемым в существующих экспериментах по бозе-эйнштейновской конденсации в GaAs-гетероструктурах, и выяснено, как его выполнение зависит от относительной доли и профиля спектрального распределения надконденсатных экситонов. Установлено, что при приближении к порогу бозе-конденсации (например, за счёт охлаждения гетероструктуры) ещё до его достижения порог лазерной генерации может понижаться на порядок и более благодаря сужению их спектральной линии. Дальнейшее формирование однородно уширенной линии конденсата не столь существенно влияет на порог неустойчивости: для лазерной генерации на конденсате необходимо, чтобы в нем скопилось существенная часть всех экситонов.
3. В моделях сосредоточенной и распределённой активной (экситонной) среды, как для однородно, так и для неоднородно уширенной

спектральной (экситонной) линии, установлены условия существования и основные особенности типичных стационарных и нестационарных режимов генерации лазера класса D. В частности, отмечены эффекты одно- и многомодовой регулярной и квазихаотической автомодуляции, квазистационарных и периодически модулированных биений мод, фазовой синхронизации и нерегулярной фазо-зависимой конкуренции мод, в последнем случае сопровождающейся значительным уширением их спектра. Выяснено, что в лазерах класса D, как правило, спектр генерации поляритонных мод является сравнительно узким и не превышает эффективную ширину линии активной среды даже в случае, когда в генерации участвуют парциальные электромагнитные моды с большой разностью парциальных частот, далеко выходящие за пределы указанной линии.

4. Численно и аналитически показано наличие существенной зависимости порога нестационарной генерации поляритонных мод (второго лазерного порога) от величины неоднородного уширения спектральной линии в ловушках для бозе-конденсации диполярных экситонов. В частности, на основе простейшей модели данного вида лазеров класса D установлено, что увеличение неоднородной ширины линии до значений, сравнимых с однородной шириной линии, приводит к резкому (на несколько порядков) снижению второго порога, причём в рамках рассмотренной модели существует даже область параметров (соотношения однородной и неоднородной ширины линии), в которой второй лазерный порог совпадает с первым, т.е. генерация наиболее добротной поляритонной моды возникает сразу в нестационарном режиме.

#### **Список работ по теме диссертации**

1. П. А. Калинин, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский. *Высокодобротные поляритонные моды в гетероструктурах с ловушками для диполярных экситонов* // Квантовая электроника, **39**, 11, стр. 1086–1094 (2009).
2. P. A. Kalinin, V. V. Kocharovskiy, Vl. V. Kocharovskiy. *Polariton mode lasing and Bose-condensate of dipolar excitons in heterostructures* // Laser Physics, **20**, 12, pp. 2011–2014 (2010).
3. П. А. Калинин, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский. *Взаимодействие мод и особенности динамики лазеров класса D* // Известия вузов. Радиофизика, **54**, 4, стр. 291–301 (2011).
4. П. А. Калинин, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский. *Особенности лазерной генерации в ловушках для бозе-конденсации диполярных экситонов* // Известия вузов. Радиофизика, **54**, 5, стр. 348–367 (2011).

5. П. А. Калинин, Вл. В. Кочаровский. *Поляритонные моды и крупномасштабная когерентность двумерного бозе-конденсата непрямых экситонов в полупроводниковых структурах* // Труды XI Научной конференции по радиофизике, 7 мая 2007 г., ННГУ, стр. 21–22.
6. P. A. Kalinin, V. V. Kocharovsky, Vl. V. Kocharovsky. *High-quality polariton modes and long-scale coherence in Bose-condensate of indirect excitons* // Proceedings of the III International Conference «Frontiers of Nonlinear Physics», July 3–9, 2007, Nizhny Novgorod—Saratov—Nizhny Novgorod, p. 243.
7. П. А. Калинин, Вл. В. Кочаровский. *Высокодобротные поляритонные моды в гетероструктурах с бозе-конденсатом диполярных экситонов* // Труды Пятой международной конференции молодых ученых и специалистов «Оптика — 2007», 15–19 октября 2007 г., Санкт-Петербург, стр. 21–22.
8. П. А. Калинин, Вл. В. Кочаровский. *Генерация высокодобротных поляритонных мод в гетероструктурах с бозе-конденсатом диполярных экситонов* // Труды XII научной конференции по радиофизике, 7 мая 2008, ННГУ, стр. 16–18.
9. P. A. Kalinin, V. V. Kocharovsky, Vl. V. Kocharovsky. *Polariton mode lasing in a trap of Bose-condensate of indirect quantum-well excitons* // Proc. of SPIE (Photonics, Devices, and Systems IV, 27–29 August 2008, Prague), **7138**, p. 713826.
10. П. А. Калинин, Вл. В. Кочаровский. *Лазерная генерация поляритонных мод в ловушках для бозе-конденсации диполярных экситонов* // Сборник докладов Третьей Всероссийской школы для студентов, аспирантов, молодых ученых и специалистов по лазерной физике и лазерным технологиям, 20–23 апреля 2009 г., Саров, стр. 128–130.
11. П. А. Калинин, Вл. В. Кочаровский. *Моделирование лазерной генерации поляритонных мод в гетероструктурах для бозе-конденсации диполярных экситонов* // Труды конференции-конкурса молодых физиков, 19 апреля 2010 г., Москва / Приложение к журналу Физическое образование в вузах, **16**, 1, стр. П17–П18.
12. П. А. Калинин, Вл. В. Кочаровский. *Моделирование генерации поляритонных мод в ловушках для бозе-конденсации диполярных экситонов* // Сборник докладов Четвертой Всероссийской школы для студентов, аспирантов, молодых ученых и специалистов по лазерной физике и лазерным технологиям, 26–29 апреля 2010 г., Саров, стр. 128–130.
13. P. A. Kalinin, V. V. Kocharovsky, Vl. V. Kocharovsky. *Polariton mode lasing in traps for Bose-condensate of indirect excitons: modelling and expectations* // Proceedings of the IV International conference «Frontiers of Nonlinear Physics», July 13–20, 2010, Nizhny Novgorod — St. Petersburg, p. 294.
14. P. A. Kalinin, V. V. Kocharovsky, Vl. V. Kocharovsky. *Polariton mode lasing in quantum-well traps for Bose-condensation of dipolar excitons* // Proceedings of the 10th International Conference of Laser & Fiber-Optical Networks Modelling (LFNM'2010), September 12–14, 2010, Sevastopol, Crimea, Ukraine, pp. 183–185.
15. П. А. Калинин, Вл. В. Кочаровский. *Высокодобротные поляритонные моды в полупроводниковых структурах с двумерным бозе-эйнштейновским конденсатом непрямых экситонов* // Аннотации докладов Научной студенческой конференции Высшей школы общей и прикладной физики ННГУ «ВШОПФ'2007», 28–29 мая 2007 г., стр. 11.
16. П. А. Калинин, Вл. В. Кочаровский. *Высокодобротные поляритонные моды в гетероструктурах с бозе-конденсатом диполярных экситонов* // Тезисы докладов конференции молодых ученых «Фундаментальные и прикладные задачи

нелинейной физики» XIV научной школы «Нелинейные волны — 2008», 1–7 марта 2008 г., Нижний Новгород, стр. 67–68.

17. П. А. Калинин, Вл. В. Кочаровский. *Высокочастотные поляритонные моды и их возбуждение в полупроводниковых структурах с бозе-конденсатом непрямых экситонов* // Тезисы докладов XIII Нижегородской сессии молодых ученых, 20–25 апреля 2008 г., Нижний Новгород, стр. 106.
18. П. А. Калинин, Вл. В. Кочаровский. *Поляритонные моды в гетероструктурах с ловушками для дипольных экситонов* // Тезисы докладов XIV Нижегородской сессии молодых ученых, 19–23 апреля 2009 г., Нижний Новгород, стр. 27.
19. P. A. Kalinin, V. V. Kocharovsky, Vl. V. Kocharovsky. *Polariton mode lasing and Bose-condensate of dipolar excitons in heterostructures* // Book of Abstracts, 18th International Laser Physics Workshop, July 13–17, 2009, Barcelona, p. 77.
20. П. А. Калинин, Вл. В. Кочаровский. *Модель лазерной генерации поляритонных мод в гетероструктурах для бозе-конденсации дипольных экситонов* // Тезисы докладов конференции молодых ученых «Фундаментальные и прикладные задачи нелинейной физики» XV научной школы «Нелинейные волны — 2010», 6–12 марта 2010 г., Нижний Новгород, стр. 48.
21. П. А. Калинин, Вл. В. Кочаровский. *Особенности генерации поляритонных мод в лазере класса D на гетероструктурах с ловушками для дипольных экситонов* // Тезисы докладов XV Нижегородской сессии молодых ученых, 19–24 апреля 2010 г., Нижний Новгород.
22. P. A. Kalinin, V. V. Kocharovsky, Vl. V. Kocharovsky. *Modelling polariton mode lasing induced by Bose-condensation of indirect excitons* // International Conference on Coherent and Nonlinear Optics (ICONO/LAT) 2010, August 23–27, 2010, Kazan, p. ITJ3.
23. P. A. Kalinin, V. V. Kocharovsky, Vl. V. Kocharovsky. *Polariton modes in traps for Bose-condensation of indirect excitons* // School for Young Scientists ICONO/LAT-SYS 2010, August 23–27, 2010, Kazan, p. YSTuA8.

#### Список цитированной литературы

- [1] Wolfgang Ketterle. *Nobel lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser* // Rev. Mod. Phys., **74**, 4, pp. 1131–1151 (2002).
- [2] Ю. Е. Лозовик, В. И. Юдсон. *О возможности сверхтекучести разделенных в пространстве электронов и дырок при их спаривании; новый механизм сверхпроводимости* // Письма в ЖЭТФ, **22**, 11, стр. 556–559 (1975).
- [3] Ю. Е. Лозовик. *Сильные корреляции и новые фазы в системе экситонов и поляритонов, поляритонный лазер* // Успехи физических наук, **179**, 3, pp. 309–313 (2009).
- [4] Hui Deng, Hartmut Haug, Yoshihisa Yamamoto. *Exciton-polariton Bose-Einstein condensation* // Rev. Mod. Phys., **82**, 2, pp. 1489–1537 (2010).
- [5] L. V. Butov. *Condensation and pattern formation in cold exciton gases in coupled quantum wells* // Journal of Physics: Condensed Matter, **16**, 50, pp. R1577–R1613 (2004).
- [6] V. B. Timofeev, A. V. Gorbunov, A. V. Larionov. *Long-range coherence of interacting Bose gas of dipolar excitons* // Journal of Physics: Condensed Matter, **19**, 29, p. 295209 (2007).

- [7] С. С. Гаврилов, А. С. Бричкин, А. А. Дородный, С. Г. Тиходеев, Н. А. Гишпиус, В. Д. Кулаковский. *Поляризационная неустойчивость в поляритонной системе в полупроводниковых микрорезонаторах* // Письма в ЖЭТФ, **93**, 3, стр. 194–201 (2010).
- [8] D. C. Dai, A. P. Monkman. *Observation of Superfluorescence from a Spontaneous Coherence of Excitons in ZnTe Crystal: Evidence for Bose-Einstein Condensation of Excitons?* // arXiv:1107.5273 (2011).
- [9] В. М. Агранович, В. Л. Гинзбург. *Кристаллооптика с учетом пространственной дисперсии и теория экситонов* — Москва: Наука (1965).
- [10] Ю. А. Ильинский, Л. В. Келдыш. *Взаимодействие электромагнитного излучения с веществом: Учеб. пособие* — Москва: Издательство МГУ (1989), стр. 304.
- [11] В. В. Железняков, В. В. Кочаровский, Вл. В. Кочаровский. *Волны поляризации и свержлучение в активных средах* // Успехи физических наук, **159**, 10, стр. 193–260 (1989).
- [12] Я. И. Ханин. *Основы динамики лазеров* — Москва: Наука. Физматлит (1999).
- [13] A. A. Belyanin, V. V. Kocharovskiy, Vl. V. Kocharovskiy. *Collective QED processes of electron-hole recombination and electron-positron annihilation in a strong magnetic field* // Quantum and Semiclassical Optics: Journal of the European Optical Society Part B, **9**, 1, pp. 1–44 (1997).
- [14] H. Haken. *Analogy between higher instabilities in fluids and lasers* // Physics Letters A, **53**, 1, pp. 77–78 (1975).
- [15] J. Jahanpanah. *Theory of frequency shift, injection-locking, and appearance of sidebands in class-C laser amplifiers* // Optics Communications, **273**, 2, pp. 473–481 (2007).
- [16] B. Meziane, S. Ayadi. *Third-order laser-field-expansion analysis of the Lorenz–Haken equations* // Optics Communications, **281**, 15–16, pp. 4061–4067 (2008).
- [17] J. L. Font, R. Vilaseca, F. Prati, E. Roldán. *Coexistence of single-mode and multi-longitudinal mode emission in the ring laser model* // Optics Communications, **261**, 2, pp. 336–341 (2006).
- [18] E. M. Pessina, G. Bonfrate, F. Fontana, L. A. Lugiato. *Experimental observation of the Risken–Nummedal–Graham–Haken multimode laser instability* // Phys. Rev. A, **56**, 5, pp. 4086–4093 (1997).
- [19] T. Voigt, M. O. Lenz, F. Mitschke, E. Roldán, G. J. de Valcárcel. *Experimental investigation of Risken–Nummedal–Graham–Haken laser instability in fiber ring lasers* // Applied Physics B: Lasers and Optics, **79**, 2, pp. 175–183 (2004), 10.1007/s00340-004-1531-5.
- [20] D. M. Sinnett. *An analysis of the maser oscillator equations* // Journal of Applied Physics, **33**, 4, pp. 1578–1581 (1962).
- [21] C. L. Tang, H. Statz, G. deMars. *Spectral output and spiking behavior of solid-state lasers* // Journal of Applied Physics, **34**, 8, pp. 2289–2295 (1963).
- [22] I. V. Koryukin, V. A. Povyshev. *Antiphase dynamics of a multimode quantum well semiconductor laser* // Laser Physics, **17**, 5, pp. 680–683 (2007).
- [23] A. M. Yacomotti, L. Furfaro, X. Hachair, F. Pedaci, M. Giudici, J. Tredicce, J. Javaloyes, S. Balle, E. A. Viktorov, Paul Mandel. *Dynamics of multimode semiconductor lasers* // Phys. Rev. A, **69**, 5, p. 053816 (2004).

- [24] А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев. *Коллективное состояние в бозе-газе взаимодействующих межъямных экситонов* // Письма в ЖЭТФ, **83**, 4, стр. 178–184 (2006).
- [25] А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев. *Крупномасштабная когерентность бозе-конденсата пространственно-непрямых экситонов* // Письма в ЖЭТФ, **84**, 6, стр. 290–296 (2006).
- [26] А. В. Горбунов, А. В. Ларионов, В. Б. Тимофеев. *Кинетика люминесценции дипольных экситонов в кольцевых ловушках* // Письма в ЖЭТФ, **86**, 1, стр. 48–53 (2007).
- [27] V. B. Timofeev, A. V. Gorbunov. *Bose-Einstein condensation of dipolar excitons in double and single quantum wells* // *physica status solidi (c)*, **5**, 7, pp. 2379–2386 (2008).
- [28] А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев. *Линейная поляризация люминесценции в условиях бозе-конденсации дипольных экситонов и спонтанное нарушение симметрии* // Письма в ЖЭТФ, **87**, 12, стр. 797–802 (2008).
- [29] А. В. Горбунов, В. Б. Тимофеев, Д. А. Демин, А. А. Дремин. *Двухфотонные корреляции люминесценции в условиях бозе-конденсации дипольных экситонов* // Письма в ЖЭТФ, **90**, 2, стр. 156–162 (2009).

## Оглавление диссертации

### Введение

5

### Глава 1. Моды однородной ловушки: точный расчёт спектра и критерий неустойчивости

26

- |                                                                                                   |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1.1. Ловушка для экситонов как резонатор с двумерной активной средой . . .                        | 26 |
| 1.1.1. Структура ловушки. Граничные условия для поля на её поверхностях                           | 27 |
| 1.1.2. Рекомбинационное излучение экситонов. Граничные условия на экситонном слое . . . . .       | 31 |
| 1.1.3. Типичные временные и спектральные масштабы задачи . . . . .                                | 35 |
| 1.2. Характеристические уравнения для мод в модели стоячей плоской волны                          | 38 |
| 1.2.1. Факторизация поля мод и условия полного внутреннего отражения                              | 38 |
| 1.2.2. ТМ-моды . . . . .                                                                          | 41 |
| 1.2.3. ТЕ-моды . . . . .                                                                          | 43 |
| 1.3. Спектр мод: численный расчёт в общем случае . . . . .                                        | 43 |
| 1.3.1. Типичные параметры и характерный вид спектра . . . . .                                     | 44 |
| 1.3.2. Анализ ТМ <sub>0</sub> -моды . . . . .                                                     | 46 |
| 1.3.3. Область неустойчивости . . . . .                                                           | 49 |
| 1.4. Спектр мод: аналитическое решение в области экситонного резонанса . .                        | 50 |
| 1.5. Критерий неустойчивости поляритонных мод и его связь с бозе-конденсацией экситонов . . . . . | 55 |
| 1.6. Выводы . . . . .                                                                             | 57 |

### Глава 2. Спектр поляритонных мод и их неустойчивость: расчёт по теории возмущений

59

- |                                                                                                                                          |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1. Уравнения динамики для амплитуд мод, поляризации и концентрации экситонов. Приближение медленного изменения числа экситонов . . . . | 60 |
| 2.2. Особенности спектра поляритонных мод для однородной ловушки и лоренцевой линии . . . . .                                            | 62 |
| 2.3. Влияние неоднородного пространственного распределения экситонов . .                                                                 | 66 |

2.4. Порог лазерной генерации поляритонных мод и роль надконденсатных экситонов . . . . .	70
2.4.1. Окрестность порога бозе-конденсации . . . . .	75
2.4.2. Больцмановский предел . . . . .	78
2.4.3. Промежуточная область температур и концентраций экситонов . . . . .	79
2.4.4. Изменение порога генерации с удалением от порога бозе-конденсации . . . . .	80
2.5. Выводы . . . . .	82
<b>Глава 3. Динамика лазерной генерации поляритонных мод</b>	<b>84</b>
3.1. Особенности моделирования лазерной генерации . . . . .	85
3.2. Сосредоточенная модель лазера . . . . .	87
3.2.1. Однородно уширенная линия. Стационарная генерация . . . . .	87
3.2.2. Неоднородно уширенная линия. Ослабление условий нестационарной генерации и автомодуляция мод . . . . .	89
3.3. Распределённая модель лазера . . . . .	91
3.3.1. Однородно уширенная линия. Биения и синхронизация фаз мод . . . . .	92
3.3.2. Неоднородно уширенная линия, вырожденные моды. Регулярные пульсации с синхронизацией фаз . . . . .	95
3.3.3. Неоднородно уширенная линия, вырожденные моды. Влияние слабой пространственной неоднородности накачки . . . . .	97
3.3.4. Неоднородно уширенная линия, невырожденные моды. Квазихаотическая генерация . . . . .	99
3.3.5. Пример автомодуляционной динамики для случая четырёх мод . . . . .	100
3.4. Влияние неоднородного уширения экситонной линии на второй лазерный порог . . . . .	102
3.5. О некоторых модификациях экспериментов, направленных на исследование лазерной генерации в экситонных ловушках . . . . .	108
3.6. Выводы . . . . .	112
<b>Заключение</b>	<b>115</b>
<b>Список литературы</b>	<b>118</b>

КАЛИНИН Петр Андреевич

**ПОЛЯРИТОННЫЕ МОДЫ  
И ЛАЗЕРНАЯ ГЕНЕРАЦИЯ В ЛОВУШКАХ  
ДЛЯ БОЗЕ-КОНДЕНСАЦИИ ДИПОЛЯРНЫХ ЭКСИТОНОВ**

Автореферат

Ответственный за выпуск

П. А. Калинин

Подписано к печати 7.09.2011

Формат  $60 \times 90 \frac{1}{16}$ . Бумага офсетная.

Усл. печ. л. 1,5. Тираж 100 экз. Заказ № 78(2011).

Отпечатано в типографии Института прикладной физики РАН,  
603950, г. Нижний Новгород, ул. Ульянова, 46